

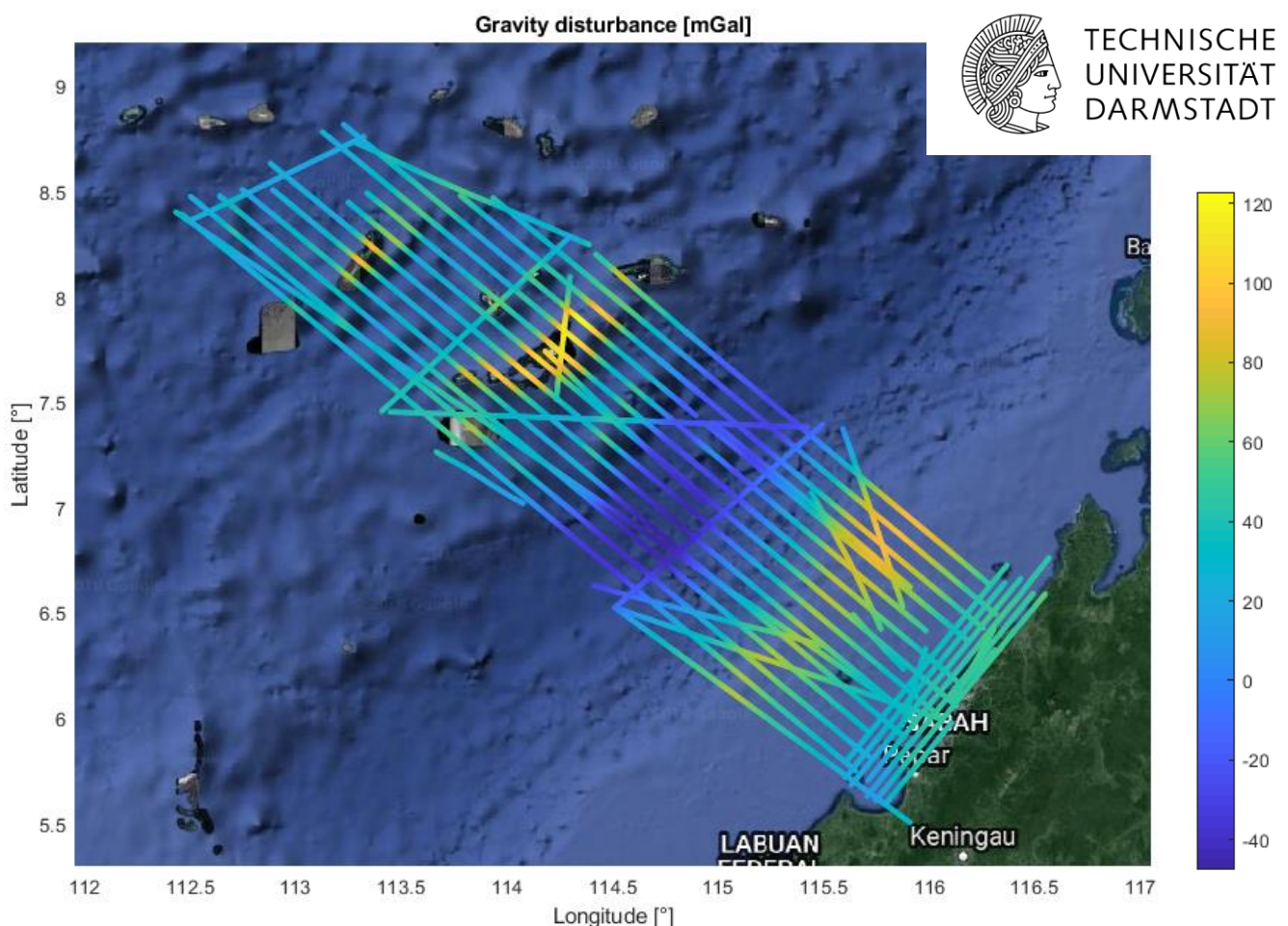
Implementierung und Evaluation der „direkten Methode“ in der Strapdown-Fluggravimetrie

Felix Johann – 2110244

Thesis im Studiengang M.Sc. Geodäsie und Geoinformation

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. Matthias Becker, Dr.-Ing. David Becker

Abgabe bis 12.04.2018



Implementierung und Evaluation der „direkten Methode“ in der Strapdown-Fluggravimetrie

Implementation and evaluation of the “direct method” of strapdown airborne gravimetry

Masterthesis im Studiengang Geodäsie und Geoinformation

Bearbeiter(in): B.Sc. Felix Johann
Beginn:
Bearbeitungszeit: 6 Monate
Betreuer: Prof. Matthias Becker, Dr. David Becker

Themengebiet/Voraussetzungen:

Inertialgeodäsie, GNSS (Grundlagen), Digitale Signalverarbeitung, MATLAB-Programmierung

Kurzeinführung in das Thema

Fluggravimetrie ist die Einmessung des Erdschwerefeldes aus einem Flugzeug heraus und damit eine spezielle Variante von kinematischer Gravimetrie. Neben besonderen technischen Anforderungen ergibt sich bei der kinematischen Gravimetrie das Erfordernis, die auftretenden Beschleunigungen des Fahrzeugs aus den Messungen des Schweresensors herauszurechnen.

Bereits seit den 1960er Jahren werden Fluggravimeter entwickelt, bei denen der Schweresensor (üblicherweise ein Federgravimeter) mit Hilfe einer stabilisierten Plattform während des Fluges aktiv in der lokalen Lotrichtung gehalten wird. Dies geschieht in der Praxis mit einer kardanischen Aufhängung in Kombination mit Drehratensensoren und Motoren.

Seit den späten 1990er Jahren wurden auch körperfeste Inertialmesssysteme (Strapdown IMU) für ihren Einsatz in der Fluggravimetrie untersucht. Diese Sensoren bieten viele praktische Vorteile, wie beispielsweise der geringere Platz- und Energiebedarf, die geringere Empfindlichkeit bei Turbulenzen sowie die Möglichkeit, den Schwerevektor zu bestimmen (anstatt nur einem skalaren Schwerewert). Für die Auswertung dieser so genannten Strapdown-Fluggravimetrie haben sich in der wissenschaftlichen Literatur seither zwei grundsätzliche Ansätze herausgebildet: die so genannte „direkte“ und die „indirekte“ Methode.

Bei der direkten Methode, die im Rahmen dieser Arbeit näher zu untersuchen ist, werden die von der IMU gemessenen spezifischen Kräfte mit Hilfe von vorab berechneten Lagewinkeln vom körperfesten Koordinatensystem ins Navigations-Koordinatensystem umgerechnet. Die spezifischen Kräfte sind dabei eine Überlagerung von Schwere und Flugzeugbeschleunigungen. Letztere werden wiederum unabhängig aus der zweifachen Differentiation von GNSS Positionen bestimmt. Die Schwere ergibt sich somit aus der Verrechnung dieser beiden (stark verrauschten) Signale. In einem letzten Schritt muss noch ein Tiefpassfilter auf die Schwereschätzung angewendet werden, das gerade so eingestellt sein muss, dass das Sensorrauschen herausfiltert wird, ohne dabei jedoch unnötig Schwereinformation zu verlieren.

Die indirekte Methode wird am Fachgebiet PSGD schon seit einigen Jahren untersucht. Hierbei werden alle Beobachtungsgrößen in einem gemeinsamen Kalman-Filter verarbeitet, und alle Ausgabe- größen, einschließlich der Schwere, werden von diesem Filter geschätzt.

Aufgabenstellung

In der vorliegenden Arbeit soll die direkte Methode genauer untersucht werden. Insbesondere sollen gängige Tiefpassfilter verschiedenen Typs, mit unterschiedlichen Grenzfrequenzen, und ggf. mit unterschiedlichen Fensterfunktionen auf Realdatensätze angewendet und evaluiert werden. Dabei sollen neben der vertikalen Schwerekomponente auch die Horizontalkomponenten (Lotabweichungen) berechnet werden. Geeignete Datensätze werden dem Bearbeiter/der Bearbeiterin vom Fachgebiet zur Verfügung gestellt. Es sind geeignete MATLAB-Funktionen zur inneren Qualitätsuntersuchung basierend auf Kreuzungspunkten zu entwickeln. Die Ergebnisse der direkten Methode sollen außerdem mit vom Fachgebiet zur Verfügung gestellten Ergebnissen der indirekten Methode verglichen werden. In der wissenschaftlichen Literatur hat es einen solchen Direktvergleich noch nicht gegeben, so dass nun erstmals die beiden Ansätze direkt einander gegenübergestellt werden sollen.

Die Aufgabenstellung gliedert sich in folgende **Arbeitspunkte**:

- (15 %) Literaturstudium und Einarbeitung in das Thema.
- (20 %) Entwicklung von MATLAB-Routinen zur Auswertung mit der direkten Methode. Dabei sollte auf eine modulare Programmierung und einheitliche Ein- und Ausgabeformate geachtet werden, so dass möglichst einfach verschiedene Arten von Tiefpassfiltern und verschiedene Datensätze automatisiert ausgewertet werden können.
- (10 %) Entwicklung einer MATLAB-Routine für innere Qualitätsbetrachtungen basierend auf Kreuzungspunkten, wahlweise mit oder ohne Herausrechnung eines konstanten Bias pro Linie oder pro Flug. Auch hier soll auf einheitliche Ein- und Ausgabeformate geachtet werden, so dass wiederum automatisiert evaluiert werden kann.
- (25 %) Auswertung und Evaluation der direkten Methode für einen vorhandenen Fluggravimetrie-Datensatz aus Malaysia aus dem Jahr 2014 (12 Flüge und 46 Linien). Bei Bedarf können vom Fachgebiet noch weitere Datensätze zur Verfügung gestellt werden. Die Auswertung soll auf Basis von zwei unterschiedlichen Lagewinkel-Datensätzen erfolgen: einerseits aus einer am Fachgebiet entwickelten GNSS/IMU-Prozessierungssoftware (die Lagewinkel werden hierfür bereitgestellt), andererseits aus einer selbst durchzuführenden Auswertung mit der kommerziellen Software Waypoint InertialExplorer 8.60.
- (10 %) Direkter Vergleich der Schwereschätzungen der direkten Methode (selbst ausgewertet, s.o.) mit der indirekten Methode (Schwerewerte werden hierfür bereitgestellt). Es soll die Grundsatzfrage beantwortet werden, ob die beiden Ansätze zu gleichwertigen Ergebnissen führen, oder ob sich signifikante (Qualitäts-)Unterschiede ergeben.
- (20 %) Ausarbeitung der schriftlichen Arbeit und Präsentation.

Primäre Literatur: (am PSGD oder im Internet verfügbar)

- Wissenschaftliche Literatur zur direkten Methode in der Fluggravimetrie, insbesondere
 - Wei and Schwarz. *"Flight test results from a strapdown airborne gravity system"*. (1998)
 - Glennie and Schwarz *"A comparison and analysis of airborne gravimetry results from two strapdown inertial/DGPS systems"* (1999)
 - Jekeli and Kwon *"Results of airborne vector (3-D) gravimetry"* (1999)
 - Kwon and Jekeli *"A new approach for airborne vector gravimetry using GPS INS"* (2000)
- Wissenschaftliche Literatur zur indirekten Methode in der Fluggravimetrie, insbesondere
 - Dissertation von David Becker, *"Advanced Calibration Methods for Strapdown Airborne Gravimetry"*, TU Darmstadt, 2016
- Fachliteratur zu Digitaler Signalverarbeitung, insbesondere Tiefpassfilterung.

Darmstadt, 10.10.2017

Matthias Becker

Seite: 2/2

Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) (CC BY-SA 4.0).



Master-Thesis von Felix Johann

Thema: „Implementierung und Evaluation der ‚direkten Methode‘ in der Strapdown-Fluggravimetrie“

Subject: “Implementation and evaluation of the ‘direct method’ of strapdown airborne gravimetry”

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. Matthias Becker, Dr.-Ing. David Becker

Studiengang Geodäsie und Geoinformation – Schwerpunkt Geodätische Metrologie

Technische Universität Darmstadt

Fachbereich 13 – Bau- und Umweltingenieurwissenschaften

Geodätisches Institut – Fachgebiet Physikalische Geodäsie und Satellitengeodäsie (PSGD)

Franziska-Braun-Straße 7

64287 Darmstadt

Titelbild: Vertikale Schwerestörungen [mGal] entlang der Fluglinien von Malaysia 2014

Bearbeitungszeitraum: 12. Oktober 2017 – 12. April 2018

Darmstadt, April 2018

Danksagung

Die Erstellung dieser Arbeit wäre ohne die Unterstützung einiger Personen in dieser Form nicht möglich gewesen. Diesen möchte ich im Folgenden danken.

Zunächst bedanke ich mich herzlich bei meinen Betreuern, Dr.-Ing. David Becker und Prof. Dr.-Ing. Matthias Becker, die mich stets hilfsbereit und geduldig beraten haben. Bei Problemen mit der Programmierung hatte David Becker in aller Regel ein gutes Gespür für zielführende Lösungsstrategien. Überhaupt möchte ich mich bei ihm für die Idee zu dieser interessanten Aufgabenstellung bedanken.

Daneben gilt mein Dank den Mitarbeitern des Instituts für Geodäsie der TU Darmstadt, insbesondere den Mitarbeitern am Fachgebiet Physikalische Geodäsie und Satellitengeodäsie. Bei Fragen während des Studiums standen immer kompetente Ansprechpartner bereit.

Der gute Zusammenhalt unter den Geodäsie-Studierenden machten das Studium sehr angenehm. Darum möchte ich mich ganz besonders bei meinen Kommilitonen bedanken – insbesondere bei Jasmin Greb und Chris Michel, die mich fast im kompletten Studium begleitet haben.

Des Weiteren gilt mein Dank meiner Familie und meinen Freunden, die mir das Studium in dieser Form ermöglicht haben. Allen weiteren, die mich unterstützt haben, danke ich ebenfalls vielmals.

Die verwendeten Datensätze stammen vom National Space Institute der Technical University of Denmark (DTU Space) in Kooperation mit PSGD. Die Fluggravimetrie-Kampagne Malaysia 2014 wurde vom Department of Survey and Mapping Malaysia (JUPEM), die Kampagne Mosambik/Malawi 2015 von der US National Geospatial-Intelligence Agency (NGA) der USA finanziert.

Inhalt

Danksagung	iv
1. ... Einführung	1
2. ... Grundlagen der Gravimetrie	3
2.1. Gravitation und Schwere	3
2.1.1. Das Schwerfeld der Erde	3
2.1.2. Vom Normalpotenzial zur Schwerestörung	4
2.2. Gravimetrie	5
2.2.1. Anwendungen	5
2.2.2. Messgeräte	6
2.2.3. Grundlegende Verfahrensweisen	7
3. ... Sonstige Grundlagen	12
3.1. Verwendete Koordinatensysteme	12
3.2. GNSS-Prozessierung	14
3.2.1. Differenzielles GNSS (DGNSS)	16
3.2.2. Präzise Punktpositionierung (PPP)	17
3.2.3. Integration von GNSS und IMU	18
3.2.4. Numerische Differenziation	19
3.3. Digitalfilter	21
3.3.1. Nichtrekursive (FIR-)Filter	24
3.3.2. Rekursive (IIR-)Filter	27
4. ... Fluggravimetrie	31
4.1. Messsysteme	31
4.1.1. Horizontal stabilisierte Gravimeter	31
4.1.2. Fixierte Inertiale Messeinheiten (Strapdown-IMU)	33
4.2. Auswerteverfahren der Strapdown-Fluggravimetrie	35
4.2.1. Indirekte Methode	35
4.2.2. Direkte Methode	36
4.3. Methoden der Qualitätsanalyse	38
4.3.1. Analyse von Kreuzungspunkten	38
4.3.2. Wiederholte Fluglinien	41
4.3.3. Vergleich mit bekannter Referenzschwere	42
4.3.4. Untersuchung der lang- und kurzwelligen Anteile	43

4.3.5.	Direktvergleich verschiedener Messsysteme und Auswerteverfahren	44
5. ...	Stand der Wissenschaft	45
5.1.	Aktueller Stand	45
5.2.	Ziele der Thesis	47
6. ...	Implementierung der Direkten Methode	48
6.1.	Vorprozessierung der Rohdaten	48
6.1.1.	Bestimmung der GNSS-Lösungen	48
6.1.2.	Bestimmung der Orientierungen	49
6.2.	Grundlegender Algorithmus	51
6.2.1.	Datenimport	51
6.2.2.	Numerische Differenziation GNSS	52
6.2.3.	Bestimmung der Rotationsmatrizen	55
6.2.4.	IMU-Vorprozessierung	56
6.2.5.	Über GNSS-Lösungen bestimmbare Größen	58
6.2.6.	Bestimmung der Schwerestörung	59
6.3.	Digitalfilter in MATLAB®	60
6.4.	Anzubringende Korrekturen	63
6.4.1.	Bestimmung von Bias und Driften	63
6.4.2.	Hebelarm zwischen IMU und GNSS-Antenne	65
6.4.3.	Temperaturabhängige Kalibrierung der IMU	66
6.4.4.	Azimutabhängige Korrektur	68
6.4.5.	Beschränkung auf Fluglinien	69
6.5.	Algorithmen zur Qualitätsanalyse	70
6.5.1.	Identifikation der Fluglinien	70
6.5.2.	Identifikation der Kreuzungspunkte	72
6.5.3.	Kreuzungspunktjustierung	75
7. ...	Erstelltes MATLAB®-Programm zur Auswertung mittels Direkter Methode	78
7.1.	Erzeugen der benötigten Eingabe	78
7.2.	Funktionalität	79
7.3.	Ausgabe	82
8. ...	Untersuchte Messkampagnen	85
8.1.	Malaysia 2014	86
8.2.	Mosambik/Malawi 2015	87

9. ... Ergebnisse	88
9.1. Die Suche nach dem optimalen Ergebnis	88
9.1.1. Malaysia 2014	88
9.1.2. Mosambik/Malawi 2015	99
9.2. Beste erhaltene Resultate	101
9.2.1. Malaysia 2014	101
9.2.2. Mosambik/Malawi 2015	108
10. . Fazit	112
10.1. Eignung der Direkten Methode	112
10.2. Ausblick	113
Anhang	I
A. Literaturverzeichnis	I
B. Protokoll	IV
C. AGD-Format	VI
D. Abbildungsverzeichnis	VII
E. Tabellenverzeichnis	X
F. Erklärung zur Abschlussarbeit	XI

1. Einführung

Im Rahmen der vorliegenden Thesis werden verschiedene Auswertemethoden aus dem Bereich der Fluggravimetrie verglichen. Die Gravimetrie ist ein Teilgebiet der Geodäsie, das sich im Wesentlichen mit der Bestimmung von Schwerepotenzial und -gradient der Erde befasst (Torge, et al., 2012). Im Rahmen der Fluggravimetrie werden Beschleunigungen in Flugzeugen beobachtet, wobei simultan die geometrische Position erfasst wird, um die sogenannte Schwerestörung ermitteln zu können. Mit der „Indirekten“ und der „Direkten“ Methode existieren zwei mögliche Auswerteverfahren. Die Direkte Methode wird im Rahmen der vorliegenden Ausarbeitung implementiert und mit vorhandenen Ergebnissen der Indirekten Methode, die auf denselben Messungen basieren, verglichen.

Dieses Kapitel der Einführung soll dem Überblick über den Aufbau der Ausarbeitung dienen. Zunächst werden in Kapitel 2 Grundlagen der Gravimetrie erläutert. Dabei werden als Erstes die grundlegenden Begriffe Gravitation und Schwere mit dem Ziel erklärt, den Begriff der Schwerestörung einordnen zu können. Anschließend wird auf die Gravimetrie näher eingegangen: Es werden Messmethoden und verschiedene Verfahren dargelegt. Zudem werden die wesentlichsten Anwendungen im Bereich der Gravimetrie aufgezeigt.

In Kapitel 3 werden weitere wichtige Grundlagen behandelt, die nicht direkt zur Gravimetrie gezählt werden müssen, aber für das Verständnis der folgenden Ausführungen essenziell sind. Zu diesen Themen zählen verwendete Koordinatensysteme, verschiedene geodätische Prozessierungsmethoden für das Globale Navigationssatellitensystem (GNSS) und Möglichkeiten der numerischen Differenziation. Außerdem erfolgt eine genauere Beschäftigung mit Digitalfiltern, um anschließend geeignete Filter im Rahmen der Direkten Methode auswählen zu können.

Im darauffolgenden Kapitel 4 erfolgt ein spezifischer Blick auf die Fluggravimetrie. Zunächst werden die beiden typischen Messsysteme erläutert. Zudem erfolgt eine Einführung in die beiden bei der Fluggravimetrie mittels körperfester Inertialer Messeinheit verwendeten Ansätze zur Prozessierung, die Direkte und die Indirekte Methode. Danach wird gezeigt, welche Möglichkeiten zur Qualitätsanalyse bei der Fluggravimetrie bestehen, um Genauigkeitsangaben anderer Autoren besser beurteilen zu können und geeignete Analysemethoden für die weitere Ausarbeitung auswählen zu können.

Mit Kapitel 5 schließt der Teil der Thesis, der die Grundlagen legen soll, mit dem aktuellen Stand von Wissenschaft und Technik. Zudem werden die Ziele der vorliegenden Untersuchung definiert.

Kapitel 6 behandelt ausführlich die Implementation der Direkten Methode. Zunächst wird gezeigt, wie die Eingangsgrößen des zu entwickelnden Programms zu bestimmen sind, dann wird der Algorithmus der Direkten Methode zur Bestimmung der Schwerestörung Schritt für Schritt inklusive anzubringender Korrekturen erläutert. Des Weiteren wird erläutert, was beim Design von Digitalfiltern mit MATLAB® zu beachten ist. Auf Algorithmen zur Qualitätsanalyse wird gesondert eingegangen.

Im daran anschließenden Kapitel 7 wird das Ergebnis der Programmierung, das fertige MATLAB-Programm, vorgestellt. Dabei wird auf die Funktionalität sowie Ein- und Ausgabegrößen eingegangen.

Eine kurze Übersicht über die Gegebenheiten bei den untersuchten Messflugkampagnen bietet Kapitel 8.

In Kapitel 9 werden die erhaltenen Ergebnisse präsentiert und mitsamt ihrer geschätzten Genauigkeiten erläutert. Dabei wird zunächst ein Blick auf den Optimierungsprozess der Eingabeparameter der Prozessierung geworfen, wobei Erkenntnisse gewonnen werden, welche Parameter sich in welchem Maße auf die finale Genauigkeit auswirken. Die Resultate der beiden Messkampagnen, die im Zuge dieses Prozesses als möglichst optimal eingeschätzt werden, werden daraufhin detaillierter betrachtet.

Die Ausarbeitung schließt in Kapitel 10 mit einem Fazit, in dem insbesondere beurteilt werden soll, ob die Direkte Methode geeignet ist, um die Schwerestörung auf einem ähnlichen Genauigkeitsniveau wie mittels Indirekter Methode bestimmen zu können. Zudem werden in einem kurzen Ausblick Möglichkeiten genannt, mit welchen Schritten die vorgestellte Methode der Fluggravimetrie möglicherweise im Rahmen von weiterführenden Untersuchungen optimiert werden könnte.

2. Grundlagen der Gravimetrie

2.1. Gravitation und Schwere

2.1.1. Das Schwerfeld der Erde

Rein geometrisch betrachtet lässt sich die Oberfläche der Erde näherungsweise mit der eines Rotationsellipsoids beschreiben. Als Bezugssystem kann das geodätische Referenzsystem GRS80 dienen, in dem insbesondere die äquatoriale Halbachse und die Abplattung des Ellipsoids sowie die Rotationsgeschwindigkeit der Erde definiert werden (Moritz, 1980). Mithilfe dieses geometrischen Bezugssystems lässt sich für jeden beliebigen Punkt der Erde die geometrische Position präzise angeben.

Zur Angabe von physikalischen Höhen ist dieses System allein jedoch nicht ausreichend, da bei deren Angabe die Massenverteilung der Erde zu berücksichtigen ist. Nur mit physikalisch definierten Höhen ist beispielsweise sichergestellt, dass Wasser im Höhenbezug stets nach unten fließt.

Die Beschleunigung von Körpern, die sich bezüglich ihres Standortes auf der Erde in Ruhe befinden, wird im Wesentlichen durch die *Gravitation* nach dem zweiten Newtonschen Gesetz $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$ bestimmt. Die Gravitationsbeschleunigung \mathbf{a} ist als Gradient des Gravitationspotenzials V definiert (Hofmann-Wellenhof, et al., 2006).

Bei Betrachtung der rotierenden Erde tritt neben der Gravitationsbeschleunigung eine rotationsbedingte Beschleunigung, die Zentrifugalbeschleunigung auf. Die *Schwere* eines Körpers ergibt sich aus der Summe der Einflüsse von Gravitation und Zentrifugalkraft. Das Schwerpotenzial W ist die Summe aus Gravitations- und Zentrifugalpotenzial Z (Becker, et al., 2012):

$$W = V + Z \quad (2.1)$$

Die Schwerebeschleunigung wird durch Bildung des Gradienten des Schwerpotenzials erhalten. Dabei können die Gradienten von Gravitations- und Zentrifugalpotenzial addiert werden. Diese ergeben sich als Gravitationsbeschleunigung \mathbf{a} und Zentrifugalbeschleunigung \mathbf{z} :

$$\mathbf{g} = \nabla W = \nabla(V + Z) = \nabla V + \nabla Z = \mathbf{a} + \mathbf{z} \quad (2.2)$$

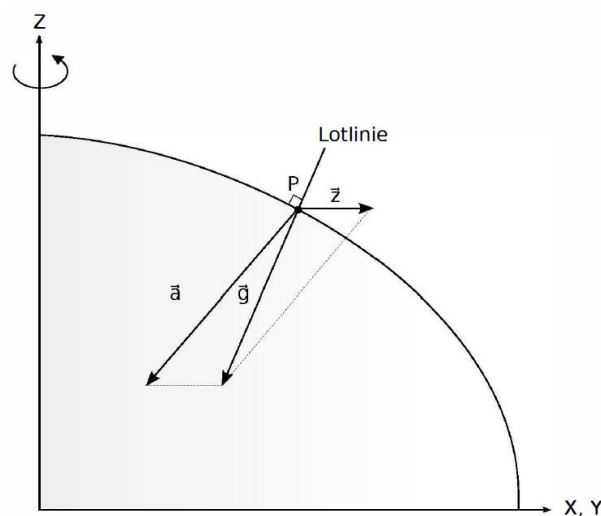


Abbildung 2.1: Schwerebeschleunigung \mathbf{g} als Resultierende von Gravitationsbeschleunigung \mathbf{a} und Zentrifugalbeschleunigung \mathbf{z} (Schnitt durch Äquipotenzialfläche des Rotationsellipsoids; aus Becker et al. (2012))

Die Schwerebeschleunigung ist demnach die Resultierende aus Gravitations- und Zentrifugalbeschleunigung (vgl. Abbildung 2.1). Die Richtung der Schwerebeschleunigung entspricht der lokalen Lotrichtung.

Das *Schwerefeld* der Erde bezüglich Beschleunigungen ist ein Vektorfeld, dessen Komponenten für jeden Punkt der Erde die Richtung und den Betrag der lokalen Schwere definieren. Das Schwerepotenzial ist ein Skalarfeld, bei dem jedem Punkt das entsprechende Schwerepotenzial zugeordnet wird.

2.1.2. Vom Normalpotenzial zur Schwerestörung

Bezüglich des Schwerfelds lassen sich Äquipotenzialflächen definieren – Flächen mit konstantem Schwerepotenzial. Die Richtung der Schwerebeschleunigung ist bei Punkten auf Äquipotenzialflächen immer orthogonal zu diesen Flächen.

Es wird nun von der vereinfachenden Annahme ausgegangen, die Erde sei ein Rotationsellipsoid mit konstanter Dichte. Die in diesem Fall auftretende Schwere wird Normalschwere genannt. Die Normalschwere ist aufgrund der Symmetrie des Rotationsellipsoids nur von Breite und Höhe abhängig. Das Normalpotenzial und die Normalschwerebeschleunigung sind analytisch berechenbar. Aufgrund numerischer Vorteile kann dennoch auf eine Reihenentwicklung zurückgegriffen werden. Für das GRS80-Ellipsoid ist die Normalschwere γ_0 auf Ellipsoidhöhe in Abhängigkeit von der Breite ϕ wie folgt zu approximieren (Torge, et al., 2012):

$$\gamma_0 = \gamma_a \cdot (1 + 0,0052790414 \sin^2(\phi) + 0,0000232718 \sin^4(\phi) + 0,0000001262 \sin^6(\phi) + 0,0000000007 \sin^8(\phi)) \quad (2.3)$$

Dabei ist $\gamma_a = 9,7803267715 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ die Normalschwere am Äquator. Mit der folgenden Formel lässt sich die Normalschwere γ für Punkte beliebiger ellipsoidischer Höhe h berechnen, wobei h in km einzusetzen ist (Torge, et al., 2012):

$$\gamma \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = \gamma_0 - (3,0877 \cdot 10^{-3} - 4,3 \cdot 10^{-6} \sin^2(\phi)) \cdot h[\text{km}] + 0,72 \cdot 10^{-6} (h[\text{km}])^2 \quad (2.4)$$

In der Realität ist die Masse der Erde ungleich verteilt. Zentrale Ursachen hierfür liegen in der Topografie, unterschiedlichen Dichten verschiedener Gesteinsschichten und der weltweiten Verteilung des Wassers. Das Schwerepotenzial zeigt daher Abweichungen vom Normalpotenzial. Die Differenz zwischen Schwere- und Normalpotenzial wird Störpotenzial T genannt:

$$T = W - U \quad (2.5)$$

Bei Betrachtung von Abweichungen zum Normalschwerefeld wird zwischen Störgrößen und Anomalien unterschieden. Beide ergeben sich aus der Differenz zwischen den gemessenen Größen am Ort der Messung und den Näherungswerten im Normalschwerefeld. Während bei *Störgrößen* direkt der Näherungswert der Messung herangezogen wird, wird hier bei *Anomalien* ein Näherungsort verwendet (Becker, et al., 2012). Bis vor wenigen Jahren wurden aufgrund ungenauer Positionierung meistens Anomalien untersucht. Durch die Fortschritte beim Aufbau der Globalen Navigationssatellitensysteme (GNSS) erfolgt die Positionierung heute meist so genau, dass der Anteil der Verarbeitung von Störgrößen immer größer wird im Vergleich zu Anomalien (Hofmann-Wellenhof, et al., 2006). Auch in der vorliegenden Thesis werden Störgrößen betrachtet.

Die *Schwerestörung* δg ergibt sich formal als Gradient des Störpotenzials am Punkt der Messung:

$$\delta g = \nabla T = \nabla(W - U) = \nabla W - \nabla U = \mathbf{g} - \boldsymbol{\gamma} \quad (2.6)$$

Die Schwerestörung am Punkt einer Messung lässt sich also aus der Differenz zwischen der dort gemessenen Schwerebeschleunigung und der Normalschwere an diesem Punkt berechnen. Zur Bestimmung der *Schwereanomalie* Δg wird von der am Punkt gemessenen Schwerebeschleunigung die Normalschwere am Näherungspunkt subtrahiert.

Die Abweichungen des tatsächlichen Schwerfelds vom Normalschwerfeld führen nicht nur zu Störungen im Betrag der Schwerebeschleunigung, sondern auch zu Abweichungen der tatsächlichen Lotrichtung von der Lotrichtung im Normalschwerfeld, den sogenannten Lotabweichungen. Das Lot wird beispielsweise zu Massen mit höherer Dichte ausgelenkt. Die Lotabweichungen ξ, η ergeben sich in einem lokalen North-East-Down-System (vgl. Abschnitt 3.1) aus den N,E,D-Komponenten der Schwerestörung und der skalaren Schwerebeschleunigung wie folgt (Becker, 2016):

$$\xi = -\frac{\delta g_N}{g} = -\frac{g_N - \gamma_N}{g}, \quad \eta = -\frac{\delta g_E}{g} = -\frac{g_E}{g} \quad (2.7)$$

Die Schwerestörung in östlicher Richtung δg_E ist gleich der entsprechenden Komponente g_E der Schwerebeschleunigung, da im Normalschwerfeld aufgrund der Symmetrie des Rotationsellipsoids keine Schwerebeschleunigungen in östlicher Richtung auftreten. Die Lotabweichungen sind umso höher, je größere Massen südlich bzw. westlich des betrachteten Punkts liegen.

Angenommen, es gäbe eine ruhende Flüssigkeit, die die gesamte Erde umspannen würde und keinen Strömungen unterworfen wäre, würde ihre Oberfläche auf einer Äquipotenzialfläche liegen. Wenn diese Flüssigkeit sich auch unter Landmassen ausbreiten könnte, würde nach dem Prinzip der kommunizierenden Röhren auch dort die Flüssigkeitshöhe auf eine Oberfläche fallen, die der Äquipotenzialfläche entspricht (Becker, et al., 2012).

Das *Geoid* ist eine solche Äquipotenzialfläche des Schwerepotenzials, bei der sich der mittlere Meeresspiegel gedacht unter den Landmassen fortsetzt.

2.2. Gravimetrie

Die Gravimetrie beschäftigt sich mit Messungen der Schwere auf oder in der Nähe der Erdoberfläche (Torge, et al., 2012). In den folgenden beiden Abschnitten werden zunächst Anwendungen der Gravimetrie vorgestellt, woraufhin auf grundlegende Messverfahren eingegangen wird.

2.2.1. Anwendungen

Geoidbestimmung

Die zentrale Aufgabe der Gravimetrie ist die Bestimmung der Form des Geoids. Hierdurch wird beispielsweise die Angabe physikalischer Höhen ermöglicht. Die Form des Geoids kann als Höhe des Geoids über dem Ellipsoid, die sogenannte *Geoidundulation* N , angegeben werden. Zur Bestimmung eines globalen Geoidmodells wird häufig auf Kugelflächenfunktionen zurückgegriffen.

Soll dagegen ein lokales Schwerfeld modelliert werden, sind Integralformeln nach Stokes besser zur Approximation geeignet. Danach lässt sich die Geoidundulation mit dem Erdradius R , der mittleren

Schwere γ_m über der Erde und der Schwereanomalie Δg mit dem folgenden Oberflächenintegral berechnen (Torge, et al., 2012):

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_m} \iint_{\sigma} S(\psi) \Delta g \, d\sigma \quad (2.8)$$

Dabei dient die Stokes-Funktion $S(\psi)$ zur Gewichtung der Schwereanomalien. ψ ist hier der sphärische Abstand zwischen dem Berechnungspunkt und dem aktuellen Flächenelement $d\sigma$ mit der zugehörigen Schwereanomalie. Die geschlossene Darstellung der unendlichen Reihe der Stokes-Funktion lautet:

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} + 1 - 5 \cos(\psi) - 6 \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) - 3 \cos(\psi) \ln\left(\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right)\right) \quad (2.9)$$

Näheres zur Bestimmung des Geoids und zur Herleitung von Gleichung (2.8) ist Torge et al. (2012) und Hofmann-Wellenhof et al. (2006) zu entnehmen. Bezogen auf die Fluggravimetrie wird eine mögliche Vorgehensweise zur Geoidbestimmung in Forsberg et al. (2010) beschrieben.

Weitere Anwendungen

Je höher die Dichte eines Materials ist, desto größer ist die verursachte Schwerebeschleunigung. Aus diesem Grund lassen sich aus Schweremessungen Rückschlüsse auf die geologische Gestalt des Untergrundes ziehen. Dabei sind topografiebedingte Effekte von gesteinstypabhängigen Effekten zu trennen.

Gravimetrische Messungen können eingesetzt werden, um Lagerstätten *fossiler Energieträger* aufzufinden. Eine geringe Schwere kann beispielsweise auf Erdöl hindeuten, da Erdöl eine geringere Dichte als umliegende Gesteine aufweist. Die Interpretation ist jedoch nicht eindeutig, da eine geringere Schwere beispielsweise auch von Hohlräumen oder Gesteinsschichten mit unerwartet geringer Dichte verursacht werden kann.

Bei bekannter Dichte von Eis und des darunterliegenden Gesteins lässt sich mithilfe von Schweremessungen die Dicke von Eiskappen insbesondere an den Polen abschätzen, ohne die gesamte Eisschicht mechanisch zu durchdringen oder auf aufwendige Radarmessungen zurückzugreifen.

Generell sind weitere Anwendungen vorstellbar, bei denen Massenveränderungen erfasst werden sollen. Beispiele sind die postglaziale Landhebung in Skandinavien oder Änderungen nach schweren Erdbeben.

2.2.2. Messgeräte

Mit Gravimetern lässt sich Schwere messen mit dem Ziel, Schwereanomalien bzw. Schwerestörungen zu bestimmen. Dabei wird zwischen Absolut- und Relativgravimetern unterschieden.

Bei der *absoluten Gravimetrie* werden Gravimeter eingesetzt, mit deren Hilfe direkt absolute Schwerewerte erhalten werden. Diese Gravimeter basieren entweder auf der Pendel- oder Freifallmethode, wobei heute in der Regel letztere verwendet wird (Torge, et al., 2012). Bei dieser wird eine bekannte Testmasse in einem Vakuum entweder fallen gelassen oder vertikal nach oben geworfen. Die beobachtete Größe ist die Dauer der Bewegung zwischen zwei Messpunkten. Da diese von der lokalen Schwerebeschleunigung abhängt, kann so die Schwere bestimmt werden.

Mittels Messungen der *relativen Gravimetrie* wird zunächst keine absolute Schwere erhalten. Die Messwerte liegen in relativer Form vor. Der Bezug zu absoluten Werten kann nur über die Messung an Referenzpunkten, für die die absolute Schwere bekannt ist, hergestellt werden. Ein oft genutztes System ist das LaCoste-Romberg-Gravimeter (vgl. Abbildung 2.2). Es basiert darauf, dass eine an einem Hebel befestigte bekannte Testmasse über eine Feder mit Justierschraube (Messspindel) stets in der gleichen Position gehalten wird („zero length“). Über das Ausmaß der Justierung lassen sich Rückschlüsse auf die Schwere ziehen, die die Gewichtskraft mg der Testmasse bestimmt. Durch die Hebelkonstruktion führen bereits geringe Änderungen der Schwere zu vergleichsweise großen Änderungen bei der Auslenkung der Feder (Astasierung). Es existieren sowohl analoge als auch digitale Relativgravimeter.

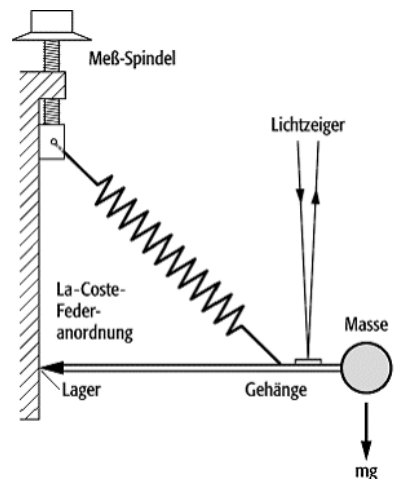


Abbildung 2.2: Schematischer Aufbau eines LaCoste-Romberg-Federgravimeters (Quelle: www.techniklexikon.net)

Neben der Möglichkeit, Gravimeter zur Schweremessung einzusetzen, können Schwerebeschleunigungen auch direkt mit hochgenauen Beschleunigungssensoren (Akzelerometern) erfasst werden. Dieser Ansatz wird insbesondere bei bewegten (kinematischen) Anwendungen zunehmend genutzt. Mit inertialen Messeinheiten (IMUs) werden dabei Beschleunigungen und Drehraten gemessen. Näheres hierzu wird in Abschnitt 4.1.2 erläutert.

Hinweis: Die SI-Einheit zur Angabe der Schwerebeschleunigung ist $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. In der Gravimetrie ist es jedoch üblich, die Einheit Gal zu verwenden. Die Einheit Gal ist wie folgt definiert: $1 \text{ Gal} = 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Die bei der Gravimetrie auftretende Größenordnung der Genauigkeit wird am besten durch die mit den Präfixen „milli“ und „mikro“ versehene Einheit Gal veranschaulicht (mGal, μGal ; $1 \text{ mGal} = 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$).

2.2.3. Grundlegende Verfahrensweisen

Je nach Art und Höhe der Messungen wird zwischen terrestrischer Gravimetrie, Flug- und Satellitengravimetrie unterschieden, die schematisch in Abbildung 2.3 dargestellt sind. Eigenschaften, Vor- und Nachteile der einzelnen Methoden werden in diesem Abschnitt kurz erläutert.

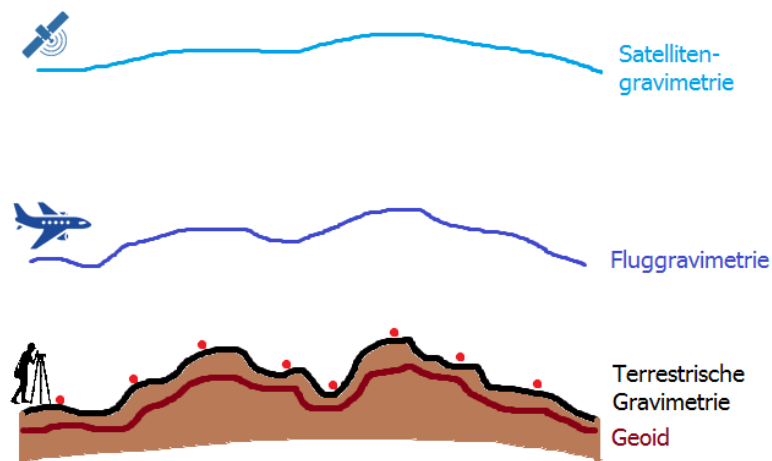


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des Verlusts niedriger Wellenlängen des Schwerfeldes bei gravimetrischen Messungen mit zunehmendem Abstand vom Geoid

Terrestrische Gravimetrie

Das älteste Verfahren zur Schwerebestimmung ist die terrestrische Gravimetrie. Hierbei wird mit den in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen „klassischen“ Gravimetern die lokale Schwere an einzelnen, diskreten Punkten bestimmt. Dabei darf der Punkt bezüglich des Untergrunds nicht bewegt sein. Mit terrestrischer Gravimetrie lässt sich die höchste Genauigkeit erzielen im Bereich von Zehnteln von μGal oder sogar besser (Becker, 2016).

In vielen Ländern ist ein mehr oder weniger dichtes Netz von Schweremesspunkten vorhanden, das von den jeweiligen Vermessungsbehörden unterhalten wird und präzise Schwerewerte an diskreten Punkten der verschiedenen Landesteile liefert. In Deutschland liegt beispielsweise ein Netz von 30 Absolutschwerpunkten (Deutsches Schweregrundnetz 1994) und ein verdichtetes Netz mit Relativschwerpunkten (Deutsches Hauptschwerenetz 1996) vor. Allein bei der Erweiterung des Hauptschwerenetzes nach der deutschen Wiedervereinigung wurden dem Hauptschwerenetz 91 neue Punkte in den neuen Bundesländern hinzugefügt. Bei Punkten des Deutschen Haupthöhennetzes werden regelmäßig aktuelle Schweremessungen durchgeführt (Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, 2018).

Neben der alleinigen Erfassung diskreter Punkte liegt ein Nachteil der terrestrischen Gravimetrie im Zeitaufwand je Messung. Hierunter fällt auch die Anfahrt. In abgelegenen Gebieten ist sie aus logistischen Gründen kaum ausführbar. Mit dem hohen Zeitaufwand gehen auch hohe Personalkosten einher.

Satellitengravimetrie

Mittels Satellitengravimetrie lässt sich ein globales Schwerfeldmodell und somit ein globales Geoid realisieren. Schwerfeldsatelliten werden in für Satelliten vergleichsweise niedrige Umlaufbahnen von wenigen hundert Kilometern Höhe gebracht, um dort Schweremessungen vornehmen zu können. Je niedriger die Umlaufbahn, desto größer ist der Einfluss des Schwerfeldes, aber desto stärker sind auch Störkräfte wie Reibungskräfte, die den Satelliten und seine Bahn beeinflussen.

2000 wurde der erste Schwerfeldsatellit, der „*Challenging Minisatellite Payload*“ (CHAMP), in seinen Orbit gebracht. Betreiber war das Deutsche Geoforschungszentrum Potsdam (GFZ). Er verfügte über einen Beschleunigungssensor und ließ sich über das US-amerikanische Global Positioning System (GPS)

positionieren, so dass eine Berechnung von Schwerewerten ermöglicht wurde (Becker, et al., 2012). 2010 verglühte der Satellit.

Mit der Mission „*Gravity and Steady State Ocean Explorer*“ (GRACE) konnte ab 2002 eine deutliche Genauigkeitssteigerung erreicht werden. Die Mission wurde von der US-amerikanischen Weltraumbehörde NASA (National Aeronautics and Space Administration) in Kooperation mit dem Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) betrieben. Dabei flogen zwei Zwillingsatelliten in einem Abstand hintereinander, der ständig mittels eines Mikrowellenentfernungsmessers hochgenau (auf etwa 0,01 mm) gemessen wurde (vgl. Abbildung 2.4). Da der Abstand vom Schwerfeld abhängig ist, konnten unter Zuhilfenahme von Beschleunigungssensoren und Satellitenpositionierung Schweregradienten bestimmt werden, um über Kugelflächenfunktionen Geoidmodelle zu erhalten (Becker, et al., 2012). Die Mission lief bis Ende 2017 (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, 2017).

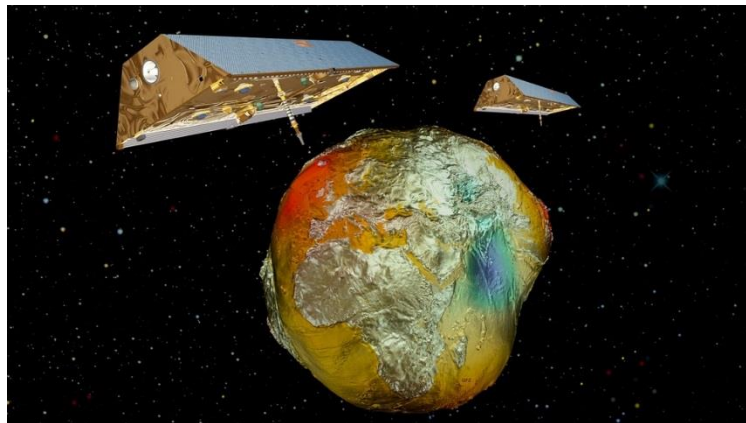


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung der GRACE-Tandemsatelliten über der Erde als Geoid (Quelle: www.br.de)

Von 2009 bis 2013 war der Satellit *Gravity field and steady-state ocean circulation explorer* (GOCE) der europäischen Weltraumbehörde ESA auf seiner Umlaufbahn. Mittels drei Paaren von Beschleunigungssensoren konnte mit etwa 100 km etwa die doppelte Auflösung von GRACE erreicht werden. Damit soll die Genauigkeit der Schwereanomalien bei etwa 1 mGal liegen (Hofmann-Wellenhof, et al., 2006). Aufgrund der begrenzten Auflösung ergibt sich für einzelne, zufällig gewählte Punkte eine deutlich geringere Genauigkeit.

Eine Nachfolgermission von GRACE, genannt *GRACE Follow-On* (GRACE-FO), soll im Frühjahr 2018 gestartet werden. Betreiber sind NASA und GFZ. Dabei sollen die Messungen mit dem Ansatz von GRACE fortgesetzt werden, wobei eine weitere Genauigkeitssteigerung durch den zusätzlichen Einsatz von Laserentfernungsmessungen erwartet wird (Jet Propulsion Laboratory, 2018; Flechtner, 2018).

Die Satellitengravimetrie bietet zwar eine globale Abdeckung mit Schwerewerten, alleine ist sie jedoch nicht ausreichend, da ihre Auflösung begrenzt ist. Zudem werden Feinheiten des Schwerfelds durch den Abstand zur Erdoberfläche gedämpft, was in Abbildung 2.3 verdeutlicht werden soll. Im langwelligen Bereich ist die Satellitengravimetrie jedoch das bedeutendste Verfahren, weshalb auf ihrer Grundlage globale Schweremodelle basieren. Die Satellitengravimetrie ermöglicht zudem einen Vergleich zwischen den zahlreichen weltweit verwendeten Höhensystemen und kann einen wichtigen Beitrag zu deren Vereinheitlichung liefern.

Fluggravimetrie

Die Fluggravimetrie kann als Mittelweg zwischen terrestrischer und Satellitengravimetrie verstanden werden: Sie bietet eine großräumige Abdeckung mit linienweise verteilten Schwerewerten, ohne eine globale Abdeckung zu erreichen. Aufgrund ihrer größeren Nähe zur Erdoberfläche und der niedrigeren Fluggeschwindigkeit lassen sich höhere Auflösungen und Genauigkeiten als bei der Satellitengravimetrie erreichen.

Im Vergleich zur terrestrischen Gravimetrie müssen bei der Fluggravimetrie zwar Abstriche bezüglich der Genauigkeit gemacht werden (vgl. Abschnitt 5.1), der Zeit- und Personalaufwand wird jedoch deutlich verringert. Abgelegene oder unzugängliche Regionen wie z.B. Polregionen oder Urwälder müssen zur Messung nicht betreten werden. Nur ein Zugang in den jeweiligen Luftraum muss gewährleistet sein. Für viele Regionen der Welt, in denen bisher kaum Schweremessungen vorliegen, kann mittels Fluggravimetrie erstmals ein präziseres Schweremodell entwickelt werden als es durch den bloßen Einsatz von Satellitengravimetrie möglich ist.

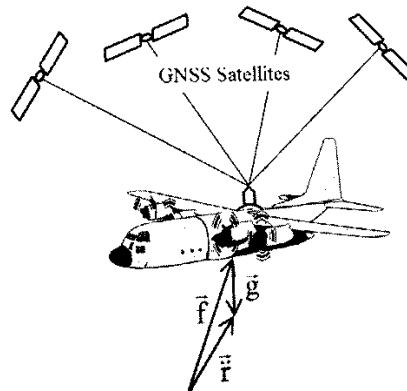


Abbildung 2.5: Die spezifische Kraft als Resultierende von kinematischer Beschleunigung und Schwerebeschleunigung sowie Positionierung mittels GNSS (aus Torge et al. (2012), modifiziert nach Timmen (2010))

Die Fluggravimetrie basiert auf der Messung von Beschleunigungen mit klassischen Gravimetern oder Akzelerometern. Die in Bewegung gemessene Beschleunigung wird „spezifische Kraft“ \mathbf{f} genannt. Sie setzt sich als Differenz zwischen der kinematischen Beschleunigung $\ddot{\mathbf{r}}$, der zweiten Ableitung der Position nach der Zeit, und der Schwerebeschleunigung \mathbf{g} zusammen (vgl. Abbildung 2.5) (Kwon, et al., 2001):

$$\mathbf{f}^i = \ddot{\mathbf{r}}^i - \mathbf{g}^i \quad (2.10)$$

Die obenstehende Gleichung gilt in dieser einfachen Form nur, wenn alle drei Beschleunigungen in dem in Abschnitt 3.1 beschriebenen inertialen Bezugssystem gegeben sind. Die drei Beschleunigungen können prinzipiell jeweils für alle drei Komponenten, d.h. vektoriell, bestimmt werden. In Navigationsanwendungen wird die Gleichung nach der geometrischen Beschleunigung aufgelöst, um die Position ermitteln zu können. In der Fluggravimetrie ist die Gleichung zur Berechnung der gesuchten Schwerebeschleunigung wie folgt aufzulösen:

$$\mathbf{g}^i = \ddot{\mathbf{r}}^i - \mathbf{f}^i \quad (2.11)$$

Aus der beobachteten spezifischen Kraft lässt sich nach Gleichung (2.11) ohne weitere Informationen noch nicht die Schwere bestimmen. Nur, wenn die Bewegung, genauer die kinematische Beschleunigung, bekannt ist, kann die Schwere angegeben werden. Deren Bestimmung erfolgt heute in der Regel über die Globalen Navigationssatellitensysteme (GNSS).

Neben den bereits beschriebenen Verfahrensweisen der Gravimetrie existiert der Typ der *Schiffsgravimetrie*. Aufgrund der Eigenschaft eines Schiffs als bewegte Plattform ähnelt dieses Verfahren stark der Fluggravimetrie und unterscheidet sich von dieser hauptsächlich durch die geringere Höhe der Messung. Die Messung erfolgt (in grober Näherung) auf dem Niveau des Geoids. Zudem ermöglicht die langsamere Fahrtgeschwindigkeit eine höhere räumliche Auflösung. Bei der Fluggravimetrie ist die minimale Geschwindigkeit durch die Flugeigenschaften des Flugzeuges begrenzt. Üblich sind Geschwindigkeiten zwischen 50 und 100 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ bei Flughöhen zwischen 500 und 4000 m über Grund (Becker, 2016).

Methoden der Fluggravimetrie werden in dieser Thesis näher untersucht, weshalb in Kapitel 4 weitere Grundlagen zu diesem Thema gelegt werden. In Abschnitt 4.1 wird auf mögliche Messsysteme (Gravimeter oder inertielle Messeinheiten) eingegangen und in Abschnitt 4.2 werden zwei wesentliche Auswerteverfahren auf Grundlage der Gleichung (2.11) vorgestellt. Der aktuelle Forschungsstand wird in Abschnitt 5.1 erläutert.

3. Sonstige Grundlagen

Zur Anwendung der Methoden der Fluggravimetrie werden neben den Grundlagen aus der Gravimetrie weitere Grundlagen aus dem Bereich der Navigation, der Geodäsie und der Signalverarbeitung benötigt. Dieses Kapitel stellt diese bereit.

3.1. Verwendete Koordinatensysteme

Bei der Beschäftigung mit der Fluggravimetrie werden verschiedene Koordinatensysteme benötigt. Die bereits eingeführte Gleichung (2.11) zur Berechnung der Schwere gilt nur im inertialen (raumfesten) Bezug, da Beschleunigungssensoren Beobachtungen in diesem System liefern. Messsysteme operieren dagegen entweder körperfest oder in lokalen Koordinaten. GNSS-Positionslösungen werden im erdfesten System erhalten (Wendel, 2011). In Abbildung 3.1 sind die grundlegenden Koordinatensysteme mit ihren Achsen dargestellt, wie sie in dieser Thesis verwendet werden.

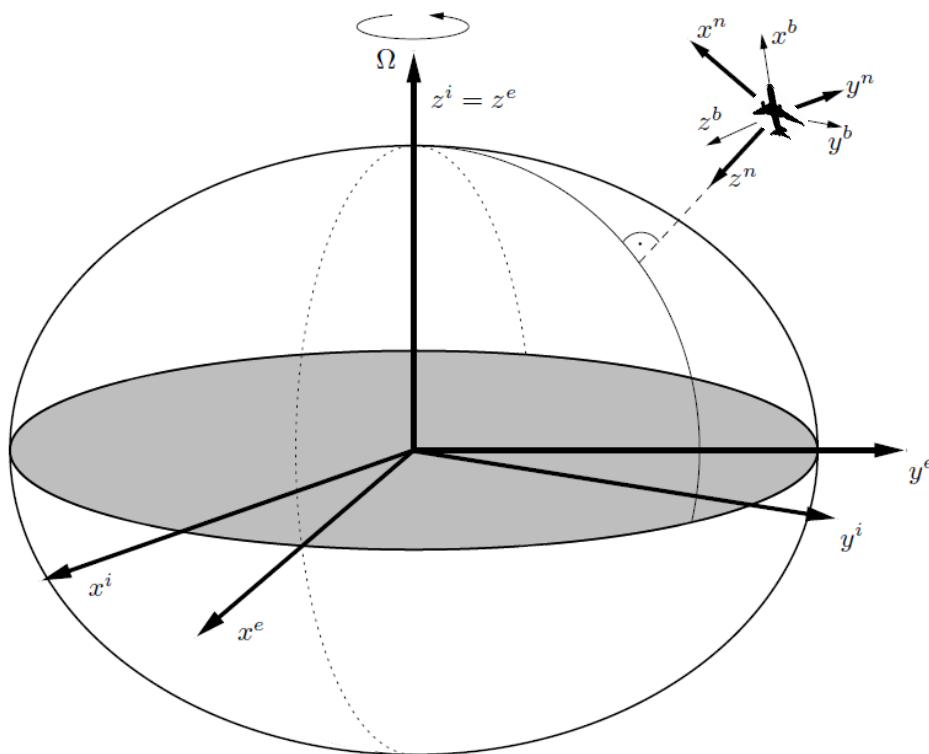


Abbildung 3.1: Koordinatenachsen des körperfesten (b), Navigations- (n), inertialen (i) und erdfesten Systems (e)
(aus Wendel (2011), bearbeitet)

Körperfestes Koordinatensystem (x^b, y^b, z^b)

Der Ursprung des körperfesten Koordinatensystems liegt im sich bewegenden Objekt, hier dem Flugzeug. Die Koordinatenachsen sind fest bezüglich des Objekts und werden allgemein in Bewegungsrichtung ($x^b = F$), nach rechts ($y^b = R$) und nach unten ($z^b = D$) definiert („front“, „right“, „down“ bzw. FRD). Eine Inertiale Messeinheit (IMU) wird in der Regel fest mit dem Fahrzeug verbunden („Strapdown“), wodurch die Koordinatenachsen parallel zu den körperfesten Achsen sind. Der Ursprung kann sich unterscheiden.

Navigationssystem (xⁿ, yⁿ, zⁿ)

Im Navigationssystem entspricht der Ursprung dem des körperfesten Systems, die Orientierung der Achsen unterscheidet sich jedoch. Die Achse $z^n = D$ weist in Richtung der Schwerkraft (Lotrichtung im Normalschwerefeld). Dazu orthogonal zeigt die Achse $x^n = N$ Richtung Norden und die Achse $y^n = E$ nach Osten. Die Achsen werden deshalb auch als „north, east, down“ (NED) bezeichnet. Es existieren alternative Definitionen von rechts- oder linkshändigen Navigationssystemen.

Inertiales Koordinatensystem (xⁱ, yⁱ, zⁱ)

Idealerweise erfährt ein Inertiales Koordinatensystem keine Beschleunigungen und Rotationen. Der Ursprung des geozentrisch gelagerten Inertialsystems befindet sich im Massenzentrum der Erde und die Achsen sind fest bezüglich der Fixsterne. Die Achse z^i entspricht der Rotationsachse der Erde und zeigt somit (näherungsweise) in Richtung des Nordpols. Die beiden anderen Achsen liegen dazu orthogonal in der Äquatorebene, wobei deren Richtung unterschiedlich definiert sein kann. Eine Definition ist beispielsweise die Schnittgerade der Äquatorebene mit der Ekliptikebene.

Erdfestes Koordinatensystem (x^e, y^e, z^e)

Wie auch beim inertialen System liegt der Ursprung des (kartesischen) erdfesten Koordinatensystems im Massenzentrum der Erde. x- und y-Achse rotieren allerdings mit der Erde um die z-Achse bzw. Rotationsachse. Die x-Achse zeigt in Richtung des Schnittpunkts des Nullmeridians mit dem Äquator.

Ellipsoidische Koordinaten (λ, φ, h)

Kartesische erdfeste Koordinaten sind wenig anschaulich. Daher werden zur Beschreibung der Position eines Punktes bezüglich der Erde meist (erdfeste) ellipsoidische Koordinaten verwendet (vgl. Abbildung 3.2), die auf dem kartesischen erdfesten Koordinatensystem basieren. Die Koordinaten ergeben sich folgendermaßen: Vom gesuchten Punkt auf dem Ellipsoid wird die Ellipsoidnormale (lokale Lotrichtung des Normalschwerefelds) gebildet. Es ergibt sich ein Schnittpunkt mit der Äquatorebene. Der Winkel zwischen der x-Achse des erdfesten Koordinatensystems und der durch den erhaltenen Schnittpunkt und das Massezentrum verlaufenden Geraden entspricht der ellipsoidischen Länge λ (auch geodätische Länge genannt). Die ellipsoidische/geodätische Breite ϕ ist als der Winkel zwischen der zuvor erhaltenen Gerade (durch Massezentrum und Schnittpunkt) und der Ellipsoidnormalen definiert (Wendel, 2011). Ein Punkt, der nicht auf Höhe des Ellipsoids liegt, erhält zusätzlich eine ellipsoidische Höhe h als dessen Abstand zum Ellipsoid entlang der Ellipsoidnormalen. Diese Höhendefinition ist rein geometrisch.

Bedeutung der Indizes

Nachfolgend werden Geschwindigkeiten, Beschleunigungen und Drehraten teilweise mit drei Indizes versehen. Das verwendete Koordinatensystem wird mit dem oberen Index festgelegt. Die unteren Indizes beschreiben die Größen welchen Koordinatensystems (Index rechts unten) in Bezug zu welchem anderen Koordinatensystem (Index links unten) angegeben werden. Beispielsweise ist die Drehrate ω_{nb}^b im

körperfesten Koordinatensystem gegeben. Sie beschreibt die Drehrate des körperfesten Koordinatensystems bezüglich des Navigationskoordinatensystems.

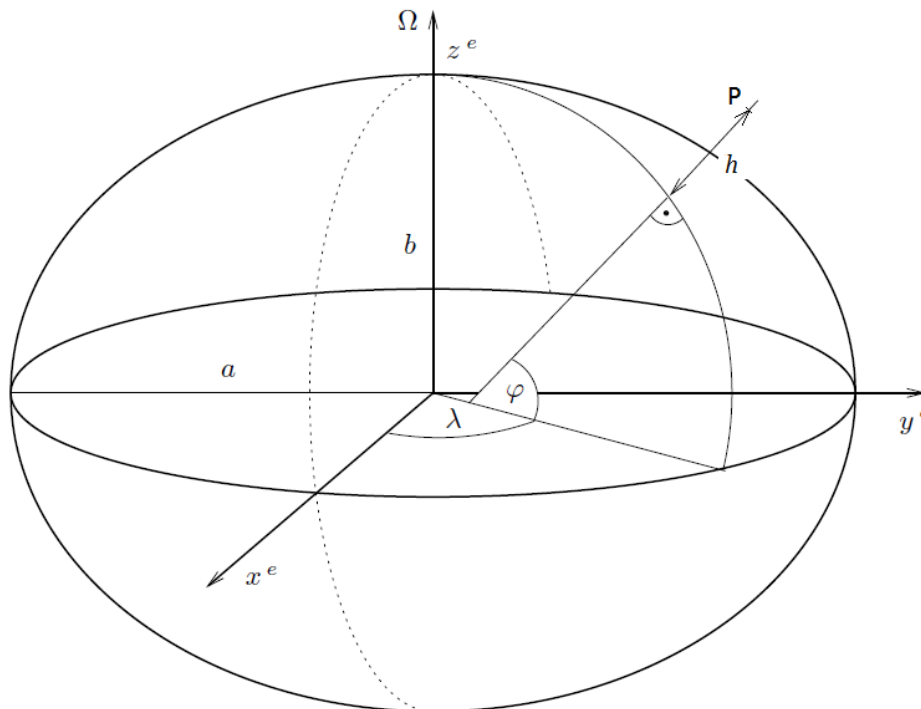


Abbildung 3.2: Ellipsoidische Koordinaten λ, ϕ, h eines Punktes P
(Ellipsoid mit den Halbachsen a, b ; aus Wendel (2011), bearbeitet)

3.2. GNSS-Prozessierung

In der Regel erfolgt die Bestimmung der geometrischen Position heute mittels GNSS (Global Navigation Satellite Systems), einem satellitengestützten Verfahren. Im Rahmen dieser Ausarbeitung werden lediglich sehr wesentliche Grundlagen umrissen. Außerdem wird auf die wichtigsten Unterschiede zwischen den Berechnungsverfahren des Differenziellen GNSS und der Präzisen Punktpositionierung eingegangen. Zur tiefergehenden Beschäftigung mit der Thematik sei auf geodätische GNSS-Standardliteratur wie Hofmann-Wellenhopf et al. (2008) und Bauer (2011) verwiesen.

Die Systemkomponenten der GNSS lassen sich in drei Segmente einteilen: Weltraum-, Boden- und Nutzsegment (Bauer, 2011).

- Das *Weltraumsegment* besteht aus den in den Orbits befindlichen Satelliten. Für jedes GNSS stehen 24 oder mehr Satelliten zur Verfügung und sollen eine möglichst globale Abdeckung zu jeder Zeit ermöglichen. Die meisten der Satelliten umkreisen die Erde in einem Medium Earth Orbit (MEO) in einer Höhe zwischen 25.000 und 30.000 km.
- Das *Bodensegment* besteht aus einem Netz von Stationen, von denen aus die GNSS-Satelliten beobachtet werden, um deren Bahn und Uhrenfehler präzise bestimmen und vorhersagen zu können. Außerdem dienen einige Stationen dem Senden von Daten an Satelliten, so dass beispielsweise die Navigationsnachricht der Satelliten, die deren Bahnparameter und Uhrenfehler beinhaltet, anschließend von den Satelliten zu den Empfängern gesendet werden kann. Vom International GNSS Service (IGS) werden Bahnparameter und Uhrenfehler bereitgestellt, sowohl

für den Echtzeitbetrieb als auch für Postprocessing-Anwendungen. In letzterem Fall lassen sich die höchsten Genauigkeiten erreichen.

- Das *Nutzersegment* setzt sich aus den mit entsprechenden Empfängern ausgestatteten Nutzern des GNSS zusammen.

GNSS-Satelliten senden Mikrowellen im L-Band aus, wodurch die Laufzeit zwischen Satellit und Empfänger gemessen werden kann. Mit der bekannten Lichtgeschwindigkeit lässt sich aus der Laufzeit die Strecke zwischen Satellit und Empfänger bestimmen. Rein geometrisch betrachtet basiert die Positionierung auf einem Kugelschnitt von mindestens drei Kugeln, deren Radien jeweils den Abständen des Empfängers zu den jeweiligen Satelliten entsprechen. Zur Bestimmung der gesuchten Parameter, der drei Koordinaten des Empfängers, werden demnach bereits drei Satelliten benötigt. Da die Messung der Strecken jedoch nicht direkt, sondern über Zeitmessungen erfolgt, muss eine weitere Unbekannte, der Uhrenfehler des Empfängers, ermittelt werden. Somit sind vier Satelliten zur Positionsbestimmung erforderlich. In diesem Fall kann die Position eindeutig bestimmt werden.

Wie in allen Bereichen der Geodäsie, werden mit Erhöhung der Redundanz der Messungen genauere Ergebnisse erhalten und eine empirische Genauigkeitsangabe wird ermöglicht. Daher ist eine höhere Anzahl sichtbarer Satelliten wünschenswert. Zudem sollten die Satelliten möglichst gleichmäßig verteilt sein. Da aufgrund der Sichtverbindung alle beobachtbaren Satelliten oberhalb der Erdoberfläche liegen, sind die Schnittwinkel zur Bestimmung der horizontalen Koordinaten günstiger als für die Bestimmung der Höhe. Daher kann die mit GNSS bestimmte Höhe in der Regel weniger genau angegeben werden als die horizontale Position.

Die Position des Satelliten ist aufgrund der Übertragung der Navigationsnachricht vom Satellit zum Empfänger bekannt. Damit ergibt sich für die geometrische Strecke ρ zwischen Empfänger mit den (erd-festen) Koordinaten X, Y, Z und dem Satelliten i an der Position X^i, Y^i, Z^i wie folgt (Becker, et al., 2012):

$$\rho = \sqrt{(X - X^i)^2 + (Y - Y^i)^2 + (Z - Z^i)^2} \quad (3.1)$$

Aufgrund des Empfängeruhrenfehlers Δt_0 werden beim Codeverfahren statt der geometrischen Position sogenannte Pseudostrecken R bestimmt. Dabei wird zur geometrischen Distanz das Produkt aus Empfängeruhrenfehler und Lichtgeschwindigkeit c addiert. Fehlereinflüsse werden in der folgenden Gleichung vernachlässigt:

$$R = \rho + \Delta t_0 \cdot c \quad (3.2)$$

Gesucht sind die vier Parameter $X, Y, Z, \Delta t_0$. Hierzu stehen zwei grundlegende Verfahren zur Verfügung: Code- und Phasenmessung.

Jedem Satellitensignal werden Codes auf bestimmte Frequenzen aufmoduliert. Beim *Codeverfahren* werden diese Codes auch im Empfänger erzeugt. Durch Vergleich mit dem empfangenen Code lässt sich die Laufzeit zwischen Empfänger und Satellit bestimmen. Es existieren verschiedene Codes, die sich bezüglich der mit ihnen erreichbaren Genauigkeit und bezüglich ihrer freien Verfügbarkeit unterscheiden. Je nach Mess-, Auswertebedingungen und verwendetem Code lassen sich mittels Codeverfahren Genauigkeiten zwischen 1 und 30 m erreichen (Becker, et al., 2012). Dieses Verfahren ist das meistgenutzte und ist beispielsweise in jedem modernen Smartphone integriert.

Bei der *Phasenmessung* werden von den Trägerwellenlängen zwischen 18 und 24 cm die Trägerphasen bestimmt. Über dieses geodätische Standardverfahren lässt sich mit Mehrfrequenzempfängern eine Positionierungsgenauigkeit im Bereich weniger Zentimeter bis in den Bereich von Millimetern erzielen. Das Verfahren ist jedoch weniger robust als die Codemessung, da zunächst die Ambiguitäten, die Phasenmehrdeutigkeiten, bestimmt werden müssen. Die Algorithmen zur Auswertung von Phasenmessungen

sind deutlich aufwändiger als jene zur Codemessung. Die Verfahren von Code- und Phasenmessung lassen sich kombinieren (Bauer, 2011). Beispielsweise können Codemessungen zur Bestimmung von Näherungslösungen dienen, um das Ambiguitätenproblem lösen zu können.

Das älteste GNSS ist das seit 1995 voll nutzbare US-amerikanische (NAVSTAR-)GPS (Navigation System using Timing and Ranging – Global Positioning System) (Becker, et al., 2012). Ab Mai 2018 sollen GPS-Satelliten der dritten Generation gestartet werden (United States Government Accountability Office, 2017). Daneben ist seit 2011 das russische *GLONASS* (Globalnaja Nawigazionnaja Sputnikowaja Sistema) voll nutzbar. Das System der Europäischen Union und der ESA, *Galileo*, ist seit 2016 mit einer vorläufigen Satellitenkonstellation einsatzfähig. Das chinesische *BeiDou* befindet sich ebenfalls derzeit in Aufbau. 2020 sollen beide Systeme in vollem Umfang einsatzfähig sein (European GNSS Service Centre, 2017). Daneben existieren zahlreiche Satelliten regionaler Erweiterungssysteme in Nordamerika, Europa und Asien. Durch die hohe Anzahl gleichzeitig sichtbarer Satelliten bei Kombination der verschiedenen GNSS lässt sich die Redundanz und damit die Genauigkeit steigern.

Bei der Messung mittels GNSS kommt es zu mehreren Fehlereinflüssen:

- Unzureichende Kenntnis des genauen Satellitenorbits
- Satellitenuhrenfehler
- Atmosphärenfehler (Anteile von Ionosphäre und Troposphäre)
- Mehrwegeeffekte (Multipath)

Zur Verringerung des Gesamtfehlers können DGNSS und PPP angewendet werden. Diese beiden Verfahren werden in den folgenden beiden Abschnitten erläutert.

3.2.1. Differenzielles GNSS (DGNSS)

Viele Fehlereinflüsse lassen sich durch relative GNSS-Positionierung verringern. Dabei werden zusätzlich zur Station mit den eigentlich gesuchten Koordinaten an einer Referenzstation GNSS-Beobachtungen durchgeführt. Über die anschließende Differenzbildung lassen sich Orbit-, Atmosphären- und Satellitenuhrenfehler eliminieren bzw. stark verringern. Die geschätzten Parameter sind dabei nicht direkt die Koordinaten, sondern Basislinien zwischen den Stationen. Die gesuchten Koordinaten ergeben sich aus der Summe der bekannten Koordinaten der Referenzstation und des Basislinienvektors. Mittels relativem GNSS lassen sich die Ambiguitäten auf ganzzahlige Werte abschätzen, wodurch bei korrekter Festlegung der Ambiguitäten die Möglichkeiten der Phasenmessungen bestmöglich ausgenutzt werden (Bauer, 2011).

Die Prozessierung bei relativer GNSS-Positionierung kann auf zweierlei Weisen erfolgen. Die erste Variante besteht in der zuvor beschriebenen Möglichkeit, die GNSS-Beobachtungen der Referenzstation bei der Prozessierung der Beobachtungen des gesuchten Punktes miteinzubeziehen und die Basislinie zu bestimmen. Die gesuchten Koordinaten ergeben sich dann durch Summation mit den bekannten Referenzstationsdaten.

In Variante zwei wird allein über die Referenzstation eine Beobachtungskorrektur bestimmt. Diese ergibt sich durch Subtraktion des bekannten Abstands zwischen Referenzstation und Satellit von den GNSS-Beobachtungen der Referenzstation. Dieser zusätzliche Aufwand bezüglich der Referenzstation wird dadurch ausgeglichen, dass an der Station mit den gesuchten Koordinaten am Ende der (zunächst nicht differenziellen) GNSS-Prozessierung lediglich die zuvor berechnete Korrektur angebracht werden muss. Dies ist aufgrund des verringerten Datenverbrauchs insbesondere für Echtzeitanwendungen von Vorteil.

Die strenge Verwendung des Begriffs „Differenzielles GNSS“ (*DGNSS*) meint die Nutzung relativer GNSS-Prozessierung unter Anwendung des Codeverfahrens. Hiermit werden Satellitenuhrenfehler eliminiert

und ionosphärische Laufzeitfehler sowie Orbitfehler stark reduziert. Die Größenordnung der Korrektur kann bis in den mittleren zweistelligen Meterbereich liegen (Bauer, 2011). Besonders nah am Horizont beobachtete Satelliten führen aufgrund des in diesem Bereich großen Einflusses der Atmosphäre zu besonders hohen Korrekturbeträgen. Aus diesem Grund wird meist ein Cutoffwinkel der Elevation der Satelliten definiert, unterhalb dessen keine Beobachtungen zu Satelliten berücksichtigt werden. Mit DGNSS lassen sich Genauigkeiten im Bereich von einem bis wenigen Metern erzielen.

Werden auch Phasenmessungen bei DGNSS verwendet, wird streng genommen vom „präzisen DGNSS“ (PDGNSS) gesprochen. Hiermit lassen sich Genauigkeiten im Zentimeter-, im statischen Fall sogar im Millimeterbereich erzielen. Diese Genauigkeit kann durch die Kombination von Code- und Phasenmessungen und die Messung mit Mehrfrequenzempfängern an beiden Stationen erreicht werden.

Erfolgt die Prozessierung von PDGNSS in Echtzeit, wird häufig der Begriff Real-Time Kinematic (RTK) verwendet. Die höchste Genauigkeit lässt sich jedoch mittels Datennachverarbeitung (Postprocessing) realisieren. Dabei können auch hochgenau bestimmte Satellitenbahnen aus Produkten des IGS verwendet werden. Der maximale Abstand, der zur Erzielung von Ergebnissen mit hoher Genauigkeit bei RTK auf wenige Kilometer begrenzt ist, erhöht sich beim Postprocessing (Bauer, 2011).

Hinweis: In den weiteren Kapiteln wird die relative Positionierung mittels GNSS in Form von PDGNSS-Postprocessing erfolgen. Trotz der Nutzung von Trägerphasenmessungen wird dabei – wie oftmals üblich – (vereinfachend) der Begriff DGNSS verwendet werden.

Die Genauigkeit der Korrekturen lässt sich – besonders bei größeren Abständen zur Referenzstation – durch ein Netz von Referenzstationen und eine entsprechend erweiterte Prozessierung steigern.

3.2.2. Präzise Punktpositionierung (PPP)

Soll keine Referenzstation verwendet werden oder liegen keine Daten von Referenzstationen vor, können mithilfe der Präzisen Punktpositionierung (PPP, „Precise Point Positioning“) Ergebnisse auf nahezu demselben Genauigkeitsniveau wie mit DGNSS erreicht werden. Dabei werden in der Regel Mehrfrequenzempfänger mit Phasen- und Codemessungen verwendet.

Während bei DGNSS in der zweiten Variante differenzielle Korrekturen der Beobachtungen auf Basis einer Referenzstation bestimmt werden, dienen bei PPP in erster Linie Bias von Phase und Code des Satelliten als Korrekturgrundlage (Leick, et al., 2015). Diese Bias entsprechen Uhrenfehlern und Hardwareverzögerungen. Die Schätzung erfolgt über eine Reparametrisierung, bei der als Eingangsgrößen die ganzzahligen Ambiguitäten und Hardwareverzögerungen von Satellit und Empfänger verwendet werden. Die damit geschätzten Ambiguitäten sind reell.

Die in der Navigationsnachricht übermittelten Ephemeriden der Satelliten sind für die PPP-Anwendung zu ungenau. Daher werden Produkte des IGS mit hochgenauen Satellitenbahndaten verwendet. Die besten Ergebnisse lassen sich mit dem Typ „Final“ erzielen, der 12 bis 18 Tage nach den Messungen vorliegt. Für GPS wird die Genauigkeit der Satellitenbahnen mit 2,5 cm (RMS), die Standardabweichung der Satellitenuhrenfehler mit 20 ps beziffert (International GNSS Service, 2018). Letztlich wird die PPP-Lösung demnach durch das IGS-Stationsnetz ermöglicht.

Viele Fehlereinflüsse, die bei der differenziellen Methode ohne nähere Betrachtung eliminiert oder zumindest vernachlässigbar klein werden, müssen bei Verwendung einer einzelnen Station mit PPP berücksichtigt werden. Zu den größten Fehlereinflüssen im Zenti- bis Dezimeterbereich gehören nach (Bauer, 2011):

- Satellitenantennenoffset

- Erdgezeiten
- Ozeanische Auflasten
- Polbewegung

Auch auf die Modellierung der Troposphäre wird bei PPP größeren Wert gelegt, um die Ergebnisse zu optimieren. Beobachtungen werden in Abhängigkeit von der Elevation der Satelliten gewichtet.

PPP kann sowohl in Echtzeit- als auch in Postprocessing-Anwendungen zum Einsatz kommen. Es wurde erst Ende der 1990er Jahre entwickelt und gewann auch dank steigender Genauigkeit an Bedeutung. Der Implementierungsaufwand ist zwar höher als bei DGNSS, dafür kann jedoch auf die Einrichtung von Referenzstationen verzichtet werden.

3.2.3. Integration von GNSS und IMU

Mittels DGNSS/PPP lässt sich die Position eines bewegten Objekts mit einer Standardabweichung weniger Zentimeter bestimmen. Die GNSS-Positionslösungen sind jedoch einem relativ starken Rauschen unterworfen. Die Lösungen lassen sich durch eine integrierte Auswertung von GNSS und inertialer Messeinheit (IMU) stabilisieren. Die Integration von GNSS und IMU wird insbesondere im Bereich der Navigation verfolgt. Beide Sensortypen besitzen für sich genommen Vor- und Nachteile. Durch eine gemeinsame Nutzung lassen sich Vorteile der jeweiligen Typen ergänzen. Um ein optimales Ergebnis zu erlangen ist es daher sinnvoll, die Sensoren zu kombinieren.

GNSS-Empfänger liefern Positions- und Geschwindigkeitsinformationen, deren Genauigkeit auch über längere Zeiträume stabil bleibt. Besonders über kurze Zeiträume lässt sich ein glatteres Navigationsergebnis mithilfe von IMU-Daten erzielen. Die satellitengestützte Positionierung kann (besonders bei terrestrischen Navigationsanwendungen) für einen Zeitraum komplett ausfallen, wenn die Messung durch äußere Einflüsse gestört wird. Mit einer IMU können Beschleunigungen und Drehraten mit hoher Abtastfrequenz ohne Unterbrechungen erhalten werden. Die daraus abgeleiteten Positions- und Geschwindigkeitsinformationen sind unabhängig von äußeren Einflüssen, allerdings steigt die Unsicherheit aufgrund von Bias und Driften mit der Zeit stark an.

Bei einem *Kalman-Filter* handelt es sich um ein rekursives Schätzverfahren, das bei linearen Problemstellungen optimale Schätzergebnisse liefert. Bei der Architektur eines *Kalman-Filters* zu Navigationszwecken, das GNSS- und INS-Daten integriert, sind zwei Lösungsstrategien denkbar. Bei einem *lose gekoppelten System* dienen die IMU-Daten und GNSS-Lösungen als Ausgangsdaten. Die Prozessierung des GNSS-Empfängers ist also bereits abgeschlossen und als Eingangsdaten für das Kalman-Filter der Navigation werden die Positionslösungen verwendet. Die aus den Positionen berechneten Geschwindigkeiten und Orientierungen können ebenfalls verwendet werden. Da zur Positionsbestimmung mittels GNSS mindestens vier Satelliten benötigt werden, erfolgt bei weniger als vier sichtbaren Satelliten keine Stützung des Kalman-Filters mehr über GNSS-Daten (Wendel, 2011).

Im Rahmen der Kalman-Filterung können auch direkt die mittels GNSS beobachteten Pseudostrecken als Eingangsgrößen dienen. Bei einem *eng gekoppelten System* verarbeitet das Kalman-Filter neben den IMU-Daten die Rohdaten des GNSS, wodurch insbesondere eine Stützung bei weniger als vier beobachtbaren Satelliten ermöglicht wird. Die Komplexität des Kalman-Filters nimmt hierdurch jedoch deutlich zu, weil die gesamte GNSS-Prozessierung (z.B. atmosphärische Korrekturen, Berücksichtigung der Besonderheiten verschiedener GNSS) in diesem Fall zu integrieren ist. Da bei Befliegungen wie in der Fluggravimetrie in der Regel stets eine ausreichende Anzahl von Satelliten beobachtbar ist, wird im Rahmen dieses Projekts ein lose gekoppeltes System verwendet.

Bei einem Kalman-Filter kann entweder der Systemzustand direkt geschätzt werden oder es wird der Fehler bezüglich eines zuvor abgespeicherten Zustandes geschätzt. Bei letzterer Variante wird der zuvor berechnete Zustand außerhalb des Kalman-Filters ermittelt. Anschließend wird dieser Zustand auf Basis des geschätzten Fehlers korrigiert. Eine solche Art des Kalman-Filters wird *Error-State-Kalman-Filter* oder indirektes Kalman-Filter genannt.

Im Messmodell ist beim Error-State-Kalman-Filter darauf zu achten, dass nicht die eigentlichen Messwerte, sondern die um die erwarteten Messwerte reduzierten Beobachtungen in den Filterschritt eingehen.

Am Ende jeder Filterung wird der erwartete Systemzustand korrigiert. Die eigentlichen Zustandsgrößen des Kalman-Filters, die Fehler, werden daher nach jeder Filterung genullt, da im nächsten Filterschritt hierzu unabhängige Fehler geschätzt werden. Die Varianz-Kovarianz-Matrix (VKM) der Schätzfehler wird dagegen im folgenden Filterschritt zur Propagation der Schätzfehler verwendet.

Der Navigationsalgorithmus lässt sich je Epoche in drei Abschnitte untergliedern (Wendel, 2011). Der erste Schritt ist der *Strapdown-Algorithmus*. In diesem werden anhand der IMU-Daten Updates für Position, Geschwindigkeit und Lage (im Sinne einer Orientierung) berechnet. Diese bilden für die folgenden Abschnitte den erwarteten Systemzustand. Die IMU-Daten gehen demnach nicht als Beobachtungen in die Filterung ein, sondern werden schon in der Strapdown-Rechnung verwendet.

Der zweite Abschnitt beschäftigt sich mit dem Systemmodell bzw. der *Prädiktion*. Bei der Implementierung als Error-State-Kalman-Filter wird der Zustandsvektor aus Positions-, Geschwindigkeits- und Lagefehlern (Lage im Sinne von Orientierung) gebildet. Des Weiteren können auch Sensordrifts geschätzt werden. Die Prädiktion dient der Aktualisierung der VKM der Schätzfehler. Die Genauigkeit der IMU-Daten geht als Teil des Systemrauschens in die Schätzung ein.

Als Messdaten im Sinne des Kalman-Filters werden die GNSS-Positionslösungen (lose gekoppeltes System) verwendet. Sie dienen daher im dritten Abschnitt des Navigationsalgorithmus, der *Filterung*, als Beobachtungen und werden zur Korrektur der nur kurzfristig genauen IMU-Daten benutzt. Da die IMU-Daten nicht im Filterschritt verarbeitet werden, ist der Berechnungsaufwand deutlich geringer als es der Fall wäre, wenn für jede Epoche der IMU-Daten ein Filterungsschritt erforderlich wäre (Wendel, 2011). Aufgrund der hohen Taktrate der IMU im Vergleich zu den GNSS-Daten ist der beschriebene Navigationsalgorithmus recheneffizienter als bei Verarbeitung aller Messwerte im Filterungsschritt.

Zur Integration von GNSS und IMU existieren kommerzielle Programme, die die Prozessierung in Echtzeit (für Navigationsanwendungen) oder im Postprocessing ermöglichen.

3.2.4. Numerische Differenziation

Über die GNSS-Prozessierung wird zunächst nur die Position oder die Geschwindigkeit gewonnen. Um die kinematische Beschleunigung zu erhalten, ist deshalb eine ein- oder zweifache Differenziation der Daten erforderlich. Da keine analytische Funktion für den Verlauf der Position bzw. der Geschwindigkeit für die Messungen bekannt ist, sondern lediglich diskrete Abtastwerte, muss die Differenziation numerisch erfolgen.

Die erste Ableitung $f'(x)$ einer Funktion $f(x)$ entspricht der Steigung der Funktion. Die grundlegenden Verfahren der numerischen Differenziation basieren auf der Betrachtung des Differenzenquotienten $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, der über die Differenzen $\Delta y, \Delta x$ der Funktionswerte und Stellen die Steigung näherungsweise angibt. Die einfachste Möglichkeit zur numerischen Bestimmung der ersten Ableitung ist der *1. Differenzenquotient* (Schwarz, et al., 2011):

$$f'(x_M) \approx \frac{\Delta y_{0,1}}{\Delta x_{0,1}} = \frac{y_1 - y_0}{h}, \quad \text{mit } x_M = \frac{x_0 + x_1}{2} \quad (3.3)$$

Dabei entspricht y_i dem Funktionswert an der Stelle x_i und $h = x_{i+1} - x_i$ der (konstanten) Schrittweite zwischen den einzelnen Abtaststellen. Der erhaltene Wert der Steigung bezieht sich dann auf die Mitte x_M zwischen den Stellen x_0 und x_1 (vgl. Abbildung 3.3).

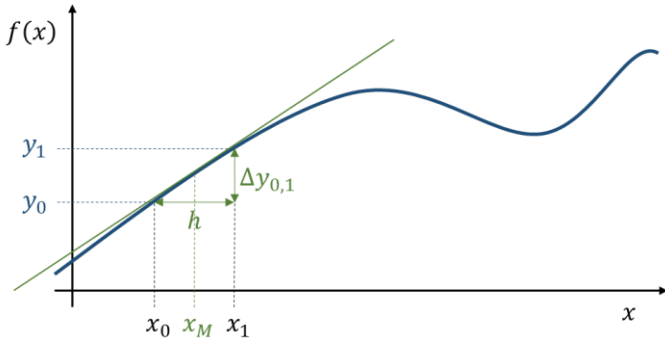


Abbildung 3.3: Berechnung des 1. Differenzenquotienten

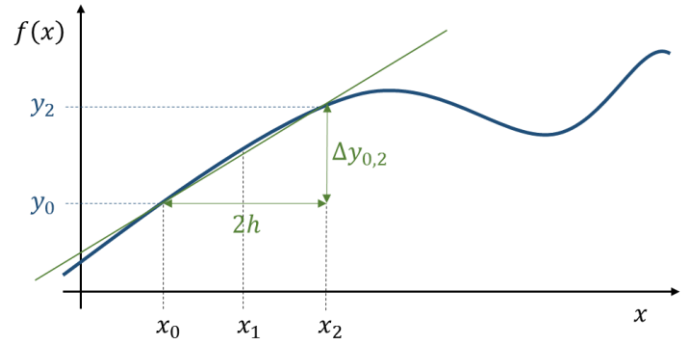


Abbildung 3.4: Berechnung des zentralen Differenzenquotienten

Bezüglich der Fluggravimetrie entsprechen die Stellen den Positionsepochen. Bei diesem Verfahren unterscheiden sich also die bei der Differenziation erhaltenen Epochen von den Eingangsepochen. Werden die GNSS-Geschwindigkeiten abgeleitet, wird hier daher eine Interpolation erforderlich, wenn die zur Beschleunigung zugehörige Position angegeben werden soll.

Um Interpolationen der Positionen zu vermeiden, kann der *zentrale Differenzenquotient* verwendet werden. Dabei werden die jeweils nächsten Funktionswerte y_0, y_2 vor und nach der Stelle x_1 verwendet, an der die Ableitung bestimmt wird:

$$f'(x_1) \approx \frac{\Delta y_{0,2}}{\Delta x_{0,2}} = \frac{y_2 - y_0}{2h} \quad (3.4)$$

Wie in Abbildung 3.4 zu erkennen ist, wird nun ein Steigungsdreieck bezogen auf die zweifache Schrittweite ausgewertet. Mit dem zentralen Differenzenquotienten sollte die Approximation der ersten Ableitung besser gelingen als mit dem 1. Differenzenquotienten (Schwarz, et al., 2011).

Die erste Ableitung kann auch über ein *kubisches Interpolationspolynom* angenähert werden. Dazu werden vier statt zwei Funktionswerte zur Differenziation herangezogen. Die Stelle x_M der Ableitung liegt dann in der Mitte der vier Abtaststellen (vgl. Abbildung 3.5)

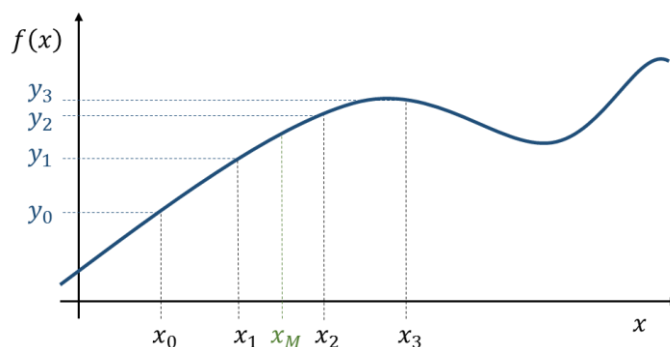


Abbildung 3.5: Stellen und Funktionswerte zur Bestimmung der 1. Ableitung mittels kubischem Interpolationspolynom

Die erste Ableitung ergibt sich damit wie folgt (Schwarz, et al., 2011):

$$f'(x_M) = \frac{y_0 - 27y_1 + 27y_2 - y_3}{24h}, \quad \text{mit } x_M = \frac{x_0 + x_3}{2} \quad (3.5)$$

Auch bei Verwendung des kubischen Interpolationspolynoms lässt sich die Ableitung so ausdrücken, dass sie für die bekannte Stelle x_1 bestimmt werden kann:

$$f'(x_1) = \frac{-2y_0 - 3y_1 + 6y_2 - y_3}{6h} \quad (3.6)$$

Die beschriebenen Varianten werden in das zu entwickelnde MATLAB-Programm (vgl. Kapitel 7) integriert und lassen sich somit auf Zwecktauglichkeit bezüglich der Fluggravimetrie testen.

3.3. Digitalfilter

Im Rahmen der Fluggravimetrie treten digitale Signale mit stark ausgeprägten hochfrequenten Anteilen auf. Diese setzen sich aus Sensorrauschen und hochfrequenten Anteilen des wahren Signals zusammen. Die gemessene kinematische Beschleunigung und die spezifische Kraft aus Gleichung (2.11) sind um mehrere Größenordnungen größer als die gesuchte Schwerestörung (Forsberg, et al., 2010). Dies und weitere Einflüsse wie Turbulenzen machen leistungsstarke Digitalfilter nötig, um brauchbare Signale zu erhalten.

Kenngrößen digitaler Filter

Filter, die niedrige Frequenzen passieren lassen und hohe Frequenzen dem Signal entnehmen, werden als *Tiefpassfilter* bezeichnet. Die vorliegende Ausarbeitung wird auf diesen Filtertyp beschränkt. Ideale Tiefpassfilter behalten alle Signalanteile des Ausgangssignals bis zur Durchlassfrequenz f_{pass} bei. Der entsprechende Bereich wird als Durchlassbereich bezeichnet. Nach einem Übergangsbereich werden Signalanteile im Sperrbereich mit einer höheren Frequenz als der Sperrfrequenz f_{stop} komplett gesperrt. Frequenzen, die höher als die Nyquistfrequenz $f_{\text{ny}} = \frac{1}{2}f_s$ (die halbe Abtastfrequenz f_s) sind, sollten zur Vermeidung des Aliasing-Effekts möglichst zuvor aus dem Signal gefiltert werden. Der ideale Amplitudengang eines Tiefpassfilters ist in Abbildung 3.6 dargestellt.

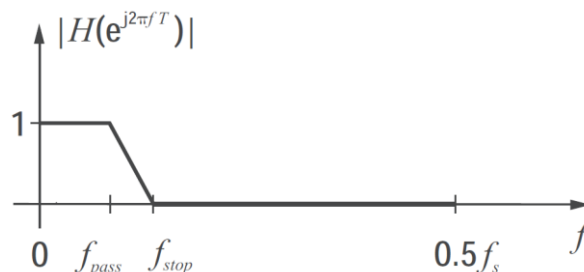


Abbildung 3.6: Schematischer Amplitudengang eines Tiefpassfilters (aus von Grünigen (2014))

Es wird angenommen, dass ein Digitalfilter ein stabiles und kausales LTI-System ist – also ein lineares, zeitinvariantes System mit abklingender Impulsantwort, die bis zu einem gewissen Zeitpunkt null ist. Dann lässt sich das Digitalfilter über eine im z-Bereich auszuwertende rationale *Übertragungsfunktion*

$H(z)$ mit der Ordnung $\max(\{N, M\})$ den Zählerkoeffizienten b_i und den Nennerkoeffizienten a_i definieren (von Grünigen, 2014), die auch als lineare Differenzengleichung bezeichnet wird:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_M z^{-M}} \quad (3.7)$$

Anhand des *Frequenzgangs* $H(e^{j2\pi fT})$ lässt sich erkennen, welche Frequenzanteile in welchem Maße vom Filter durchgelassen, gedämpft oder sogar verstärkt werden. Er ergibt sich, indem die Übertragungsfunktion auf dem Einheitskreis der z -Ebene ausgewertet wird:

$$H(e^{j2\pi fT}) = H(z)|_{z=e^{j2\pi fT}} \quad (3.8)$$

Der Betrag des Frequenzgangs ergibt den *Amplitudengang* $|H(e^{j2\pi fT})|$, das Argument den *Phasengang* $\angle H(e^{j2\pi fT})$. Der Phasengang verdeutlicht, zu welchen Phasenverschiebungen das Filter in Abhängigkeit von der Frequenz führt. Die *Gruppenlaufzeit* $\tau_g(e^{j2\pi fT})$ ist als die Verzögerung der Einhüllenden eines das Filter passierenden Signals zu verstehen. Sie ergibt sich als Ableitung des Phasengangs nach der Frequenz:

$$\tau_g(e^{j2\pi fT}) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\angle H(e^{j2\pi fT})}{df} \quad (3.9)$$

Über eine inverse z -Transformation wird aus der Übertragungsfunktion die *Impulsantwort* $h[n]$. Diese entspricht der Reaktion des Filters auf einen Dirac-Impuls.

$$H(z) \bullet \circ h[n] \quad (3.10)$$

Das Ausgangssignal $y[n]$ entspricht im Zeitbereich der Faltung der Impulsantwort mit dem Eingangssignal $x[n]$. Es gilt das Faltungstheorem der z -Transformation, wonach eine Faltung im Zeitbereich einer Multiplikation im z -Bereich entspricht. Hierdurch lässt sich das Ausgangssignal effizienter bestimmen. Das Produkt von der Übertragungsfunktion mit der z -Transformierten $X(z)$ des Eingangssignals ergibt das Ausgangssignal $Y(z)$ im z -Bereich. Mittels inverser z -Transformation lässt sich daraus das Ausgangssignal bestimmen (Leinen, 2016):

$$y[n] = h[n] * x[n] \bullet \circ H(z) \cdot X(z) = Y(z) \quad (3.11)$$

Ein anderer Weg zur Bestimmung des Ausgangssignals im Zeitbereich führt auf Basis von Gleichung (3.7) zur *Differenzengleichung* (von Grünigen, 2014):

$$y[n] = \sum_{i=0}^N b_i x[n-i] - \sum_{i=1}^M a_i y[n-i] \quad (3.12)$$

Wird die Übertragungsfunktion von Gleichung (3.7) in die *Produktdarstellung* überführt, lassen sich daraus die Pole p_i und die Nullstellen z_i ablesen:

$$H(z) = b_0 z^{M-N} \frac{(z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_N)}{(z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_M)} \quad (3.13)$$

Für das Filter mit der Übertragungsfunktion $H(z) = \frac{0,2452 - 0,2452z^{-2}}{1 - 1,2841z^{-1} + 0,5095z^{-2}}$ (IIR-Filter 2. Ordnung) werden in Abbildung 3.7 beispielhaft der Amplitudengang, der Phasengang und die Impulsantwort dargestellt.

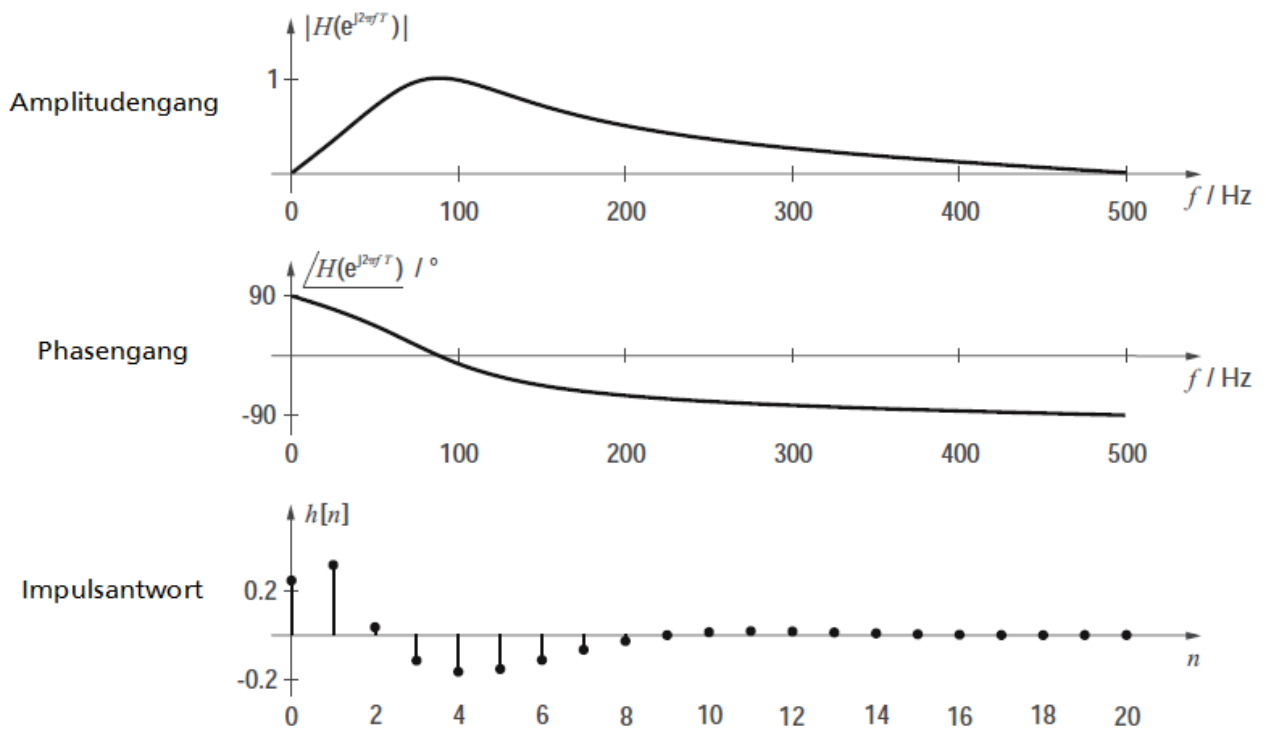


Abbildung 3.7: Beispiel für Amplituden-, Phasengang und Impulsantwort eines IIR-Filters 2. Ordnung (aus von Grünigen (2014), bearbeitet)

In Pol-Nullstellen-Diagrammen werden Pole (×) und Nullstellen (○) in der komplexen Zahlenebene dargestellt. Abbildung 3.8 zeigt das entsprechende Diagramm für das oben definierte Beispiel. Die Nullstellen liegen hier auf dem Einheitskreis. Liegen die Pole – wie hier der Fall – innerhalb des Einheitskreises, ist das entsprechende Filter stabil.

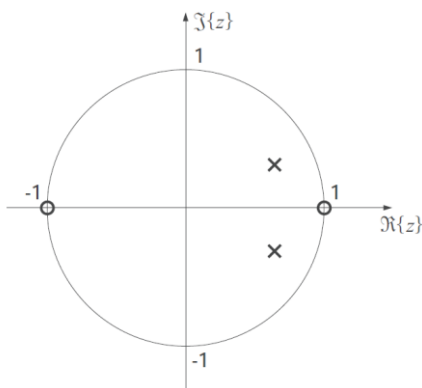


Abbildung 3.8: Beispiel eines Pol-Nullstellen-Diagramms für ein IIR-Filter 2. Ordnung (aus von Grünigen (2014))

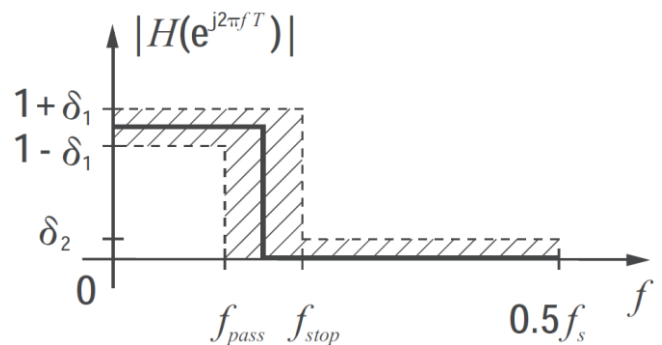


Abbildung 3.9: Stempel-Matrizen-Schema zum Entwurf eines Tiefpassfilters (aus von Grünigen (2014))

Filterentwurf

Beim Entwurf eines digitalen Filters werden die Ordnung und die Werte der einzelnen Koeffizienten der Übertragungsfunktion bestimmt. Da Filter in der Praxis im Gegensatz zu Abbildung 3.6 nicht-ideal sind, sind beim Entwurf gewisse Toleranzen einzuräumen. Die gewünschten Eigenschaften eines Filters können anhand des *Stempel-Matrizen-Schemas* festgelegt werden.

Beim Tiefpassfilter werden dabei neben der Durchlassfrequenz f_{pass} und der Sperrfrequenz f_{stop} Toleranzen, sogenannte *Rippel*, im Durchlassbereich (δ_1) und im Sperrbereich (δ_2) festgelegt, die der tatsächliche Amplitudengang des Filters nicht verlassen soll. Es entsteht ein Schlauch (schraffierter Bereich in Abbildung 3.9), in dem das Filter zu operieren hat. Niedrigere Toleranzen führen zwar einerseits zu Filtern, die bestimmte Anforderungen besser erfüllen, andererseits wird dadurch die Filterordnung und somit der Rechenaufwand erhöht. Somit ist ein Kompromiss zwischen zu erzielender Genauigkeit und Rechenleistung zu finden.

Es wird zwischen zwei Gruppen von Digitalfiltern unterschieden: Nichtrekursive Filter (FIR) und rekursive Filter (IIR). Beide eignen sich grundsätzlich zur Tiefpassfilterung und werden daher im Folgenden näher erläutert.

3.3.1. Nichtrekursive (FIR-)Filter

Eigenschaften

Finite Impulse Response-Filter (FIR) zeichnen sich dadurch aus, dass alle Koeffizienten a_i im Nenner der Übertragungsfunktion in Gleichung (3.7) null sind. Somit bleibt im Nenner nur 1 übrig, so dass die Übertragungsfunktion bei FIR-Filtern nur aus dem Zähler von Gleichung (3.7) besteht. Dies hat zu Folge, dass in der Differenzengleichung (3.12) die rekursive Summe entfällt. Das Ausgangssignal hängt dann nur vom Eingangssignal ab und nicht von den vorherigen Ausgangssignalen. Daher werden FIR-Filter auch als *nichtrekursive Filter* bezeichnet (Werner, 2009).

Die Impulsantwort von FIR-Filtern ergibt sich unter Anwendung von Gleichung (3.10) als die Filterkoeffizienten b_i mit diskreten Werten bei den Dirac-Impulsen $\delta[n]$ bzw. in Sequenzschreibweise (von Grünigen, 2014):

$$h[n] = \sum_{i=0}^N b_i \delta[n - i], \quad \{h[n]\} = \{b_0, b_1, \dots, b_N\} \quad (3.14)$$

Die Impulsantwort ist demnach mit einer Länge von $N + 1$ endlich, woher der Name FIR herrührt. Da bei FIR-Filtern alle Pole im Ursprung der komplexen Zahlenebene liegen, sind alle FIR-Filter stabil.

Zur Filterung werden meistens *symmetrische Filter* eingesetzt, wobei im Falle der Tiefpassfilterung spiegelsymmetrische Filter einzusetzen sind, deren Ordnung gerade oder ungerade sein kann. Ein symmetrisches Filter wird auch linearphasiges Filter genannt, weil sein Phasengang linear von der Frequenz abhängig ist. Nur an den Nullstellen der Übertragungsfunktion treten Phasensprünge auf. An diesen Stellen wird das Übertragungsverhalten jedoch nicht beeinflusst.

Zudem zeichnet sich ein symmetrisches FIR-Filter durch eine konstante Gruppenlaufzeit von $\frac{NT}{2}$ aus. Dies führt dazu, dass Signale bei der Filterung zwar eine Verzögerung erfahren, aber nicht verzerrt werden. Damit bleiben beispielsweise symmetrische Pulse auch nach der Filterung symmetrisch.

Zum Entwurf von FIR-Filtern werden meist entweder die Fenster- oder die Optimalmethode verwendet. Beide werden im Folgenden vorgestellt.

Entwurf mit Fenstermethode

Gesucht ist beim FIR-Filterentwurf die Impulsantwort $h[n]$, da sie den Filterkoeffizienten der Übertragungsfunktion entspricht. Beim Entwurf mittels *Fenstermethode* wird vom idealen Frequenzgang ausgegangen, bei dem auf den Durchlassbereich völlig ohne Dämpfung des Signals ohne Übergangsbereich der Sperrbereich mit vollständiger Auslöschung der Frequenzanteile folgt (vgl. Abbildung 3.10 oben links). Die gleichzeitige Durchlass- und Sperrfrequenz ist Ω_c . Über eine Fourier-Transformation ergibt sich aus dem idealen Frequenzgang die ideale Impulsantwort h_{ideal} (von Grünigen, 2014) eines Tiefpassfilters:

$$h_{ideal}[n] = \frac{\Omega_c}{\pi} \text{sinc}\left(\frac{n\Omega_c}{\pi}\right) \quad (3.15)$$

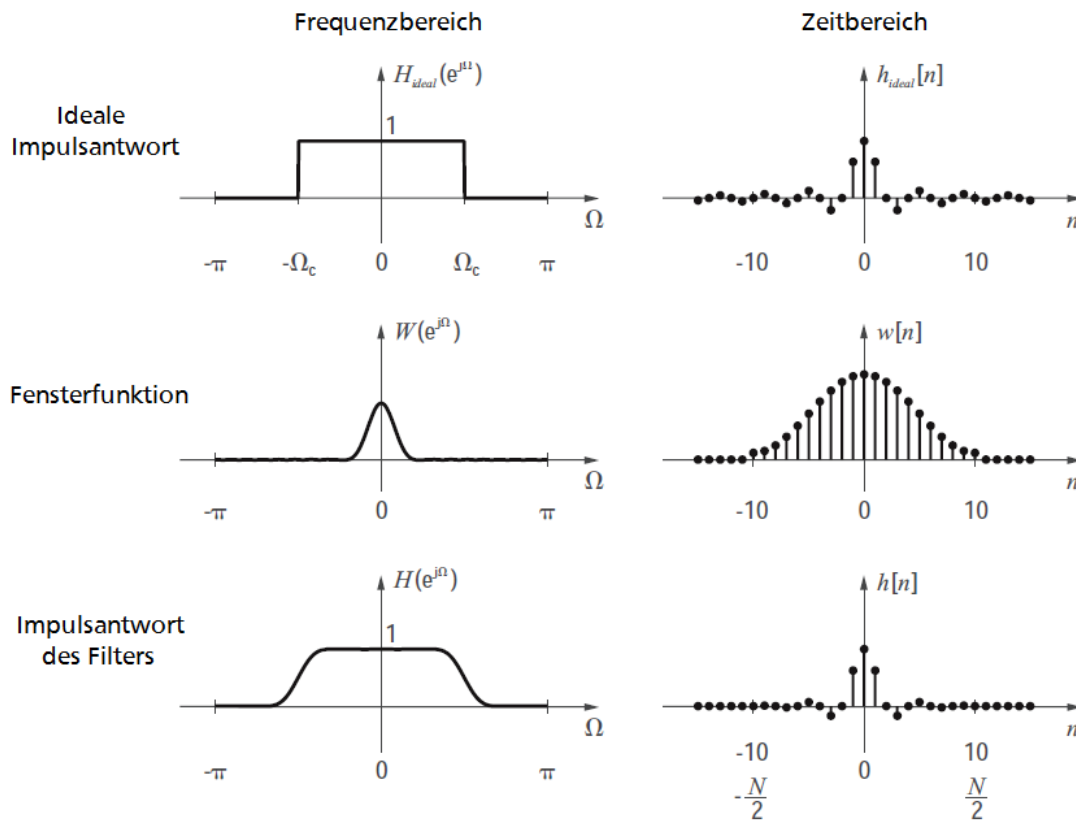


Abbildung 3.10: Fenstermethode des FIR-Filterentwurfs (Tiefpassfilter, aus von Grünigen (2014), bearbeitet)

Da diese Impulsantwort unendlich lang ist (vgl. Abbildung 3.10 oben rechts), ist ein Abschneiden dieser mithilfe einer Fensterfunktion nötig. Dabei wird die ideale Impulsantwort mit einer Fensterfunktion $w[n]$ multipliziert:

$$h[n] = h_{ideal}[n] \cdot w[n] \quad (3.16)$$

Die einfachste Möglichkeit einer Fensterfunktion ist das *Rechteckfenster* $w_R[n]$. Bei diesem werden alle Werte der idealen Impulsantwort im auszuschneidenden Bereich direkt übernommen. Außerhalb dieses Bereichs werden alle Werte null:

$$w_R[n] = \begin{cases} 1, & |n| \leq \frac{N}{2} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.17)$$

Aufgrund auftretender Überschwingungseffekte an den Rändern (Gibbssches Phänomen) ist die Verwendung des Rechteckfensters in der Regel nicht zu empfehlen. Stattdessen können Fensterfunktionen wie das *Hamming-Fenster* $w_{Hammm}[n]$ verwendet werden, bei denen Werte am Rand des Fensters schwächer gewichtet werden.

$$w_{Hammm}[n] = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N+1}\right), & |n| \leq \frac{N}{2} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.18)$$

Wird das Hamming-Fenster ausgewählt, sind die Rippel auf etwa $\delta_1 = \delta_2 = 0,002$ festgelegt und der Übergangsbereich ist in Abhängigkeit von der Abtastfrequenz f_s etwa $3,3 \frac{f_s}{N+1}$ breit (von Grünigen, 2014). Das Hamming-Fenster ist in Abbildung 3.10 in der mittleren Zeile im Frequenz- und im Zeitbereich dargestellt. Um einen Rippel und die Größe des Übergangsbereichs festlegen zu können, empfiehlt sich die Verwendung des *Kaiser-Fensters* $w_K[n]$ (Kammeyer, et al., 2009):

$$w_K[n] = \begin{cases} \frac{I_0\left(\beta \sqrt{1 - \left(1 - \frac{2n}{N+1}\right)^2}\right)}{I_0(\beta)}, & |n| \leq \frac{N}{2} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{mit } I_0(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{x^i}{2^i i!}\right)^2 \quad (3.19)$$

Dabei ist $I_0(x)$ eine modifizierte Besselfunktion 0. Ordnung. Die Einstellung von Rippel und Übergangsbereich erfolgt über den Formparameter β . Soll der Übergangsbereich kurz ausfallen, führt dies zwangsläufig zu einem größeren Rippel, sofern die Filterordnung gleich bleibt. Wird diese erhöht, nimmt der Rechenaufwand zu. Neben den drei vorgestellten Fensterfunktionen existieren zahlreiche weitere. Das Kaiser-Fenster nimmt aufgrund der Möglichkeit, den Formparameter festzulegen, eine Sonderrolle ein.

In Abbildung 3.10 ist unten rechts die Impulsantwort als Ergebnis der Multiplikation der idealen Impulsantwort mit der Fensterfunktion dargestellt. Der Frequenzgang des Filters (unten links) kann entweder über eine Fouriertransformation der erhaltenen Impulsantwort oder über eine Faltung des idealen Frequenzgangs mit dem Frequenzgang der Fensterfunktion erfolgen.

Die Fenstermethode ist vergleichsweise leicht zu implementieren. Soll die Filterordnung des Filters möglichst minimiert werden, ist dagegen die Optimalmethode zu verwenden.

Entwurf mit Optimalmethode

In Abbildung 3.11 ist oben der Amplitudengang eines mit der Fenstermethode entworfenen FIR-Tiefpassfilters der Ordnung $N = 22$ zu erkennen. Es wird deutlich, dass besonders im Sperrbereich die vom Stempel-Matrizen-Schema erlaubten Toleranzen deutlich unterschritten werden. Dies kann zwar der Wirksamkeit des Filters förderlich sein, im Sinne der Recheneffizienz deutet dies jedoch darauf hin, dass die Toleranzen auch mit einem Filter niedrigerer Ordnung eingehalten werden könnten.

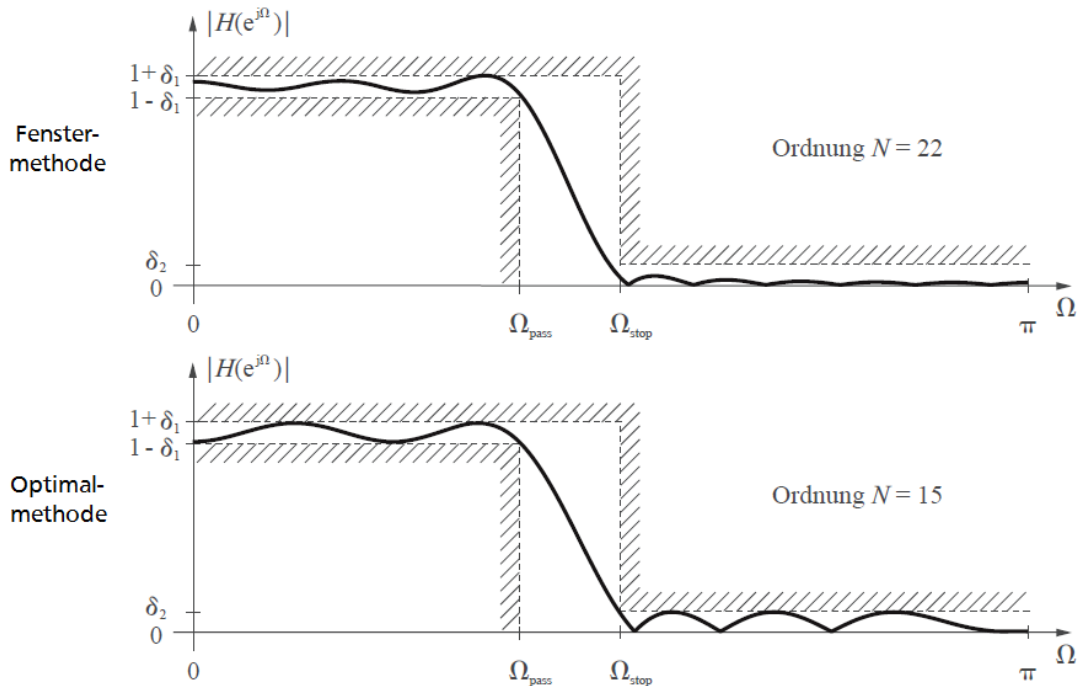


Abbildung 3.11: Amplitudengänge von mit Fenster- und Optimalmethode entworfenen FIR-Filtern
(aus von Grünigen (2014), bearbeitet)

Eine Möglichkeit zum Entwurf eines Filters mit minimaler Ordnung bei bestmöglicher Ausnutzung der Toleranzen im Durchlass- und Sperrbereich des Stempel-Matrizen-Schemas bietet die *Optimalmethode* (auch: Parks-McClellan-Methode, Remez-Entwurf, Equiripple-Verfahren). Im Beispiel der Abbildung 3.11 wird zur Einhaltung des gleichen Stempel-Matrizen-Schemas beim Entwurf mittels Optimalmethode nur ein Filter mit einer Ordnung von $N = 15$ benötigt. Dabei werden die Toleranzen optimal ausgenutzt.

Zunächst wird mit einer Näherungsformel, die von den Rippeln und der Breite des Durchlassbereichs abhängig ist, die benötigte Filterordnung abgeschätzt (von Grünigen, 2014). Anschließend werden im *Remez-Exchange-Algorithmus* die Filterkoeffizienten iterativ verbessert, bis das Stempel-Matrizen-Schema erfüllt ist. Die Koeffizienten müssen dabei unter der Bedingung gewählt werden, dass ein symmetrischer Filter entsteht, um den Entwurf eines linearphasigen Filters sicherzustellen.

Der zum Filterentwurf nötige Implementierungs- und Berechnungsaufwand ist bei der Optimalmethode deutlich größer als bei der Fenstermethode. Dafür können die beiden Rippel frei festgelegt werden und das erhaltene Filter liegt in der Regel in einer niedrigeren Ordnung vor, wodurch die Verwendung des Filters effizienter ist. Aufgrund dieser Vorteile ist die Optimalmethode das meistgenutzte Verfahren zum Entwurf von FIR-Filtern.

3.3.2. Rekursive (IIR-)Filter

Eigenschaften

Im Gegensatz zu FIR-Filtern tritt bei einem *Infinite Impulse Response-Filter* (IIR) in der Übertragungsfunktion neben Koeffizienten im Zähler (b_i) mindestens ein Koeffizient im Nenner (a_i) auf. Meist gilt

dabei $N = M$ (von Grünigen, 2014). Die Impulsantwort lässt sich mit diskreten Werten bei den Dirac-Impulsen $\delta[n]$ bzw. in Sequenzschreibweise folgendermaßen darstellen:

$$h[n] = \sum_{i=0}^{\infty} h[i] \delta[n - i], \quad \{h[n]\} = \{h[0], h[1], \dots\} \quad (3.20)$$

Wie anhand der Gleichung ersichtlich, ist die Impulsantwort von IIR-Filtern unendlich lang. Da nun in der Differenzengleichung (3.12) auch die rekursive Summe enthalten ist, hängt der Ausgang des Filters auch von den vorherigen Eingängen ab, weshalb IIR-Filter auch als *rekursive Filter* bezeichnet werden (Werner, 2009). Die Rekursivität führt dazu, dass IIR-Filter instabil sein können. Wie bereits erwähnt, kann dies über die Betrachtung der Pole im Pol-Nullstellen-Diagramm überprüft werden.

Bei IIR-Filtern ist der Phasengang nichtlinear, was zu einer inkonstanten Gruppenlaufzeit führt. Mit IIR-Filtern gefilterte Signale erfahren demnach eine mehr oder weniger starke Verzerrung. Liegen alle Nullstellen des Filters innerhalb des Einheitskreises im Pol-Nullstellen-Diagramm, ist das IIR-Filter *minimalphasig*. Dies bedeutet, dass sowohl der negative Phasengang als auch die Gruppenlaufzeit des Filters für den vorliegenden Amplitudengang minimal sind (von Grünigen, 2014).

Entwurf mittels bilinearer Transformation

Zum Entwurf von IIR-Filtern wird meist die *bilineare Transformation* verwendet. Dabei wird ausgenutzt, dass die Übertragungsfunktionen vieler gewünschter Filter in analoger Form bereits bekannt sind. Während analoge Filter als zeitkontinuierliche Systeme im Laplace-Bereich operieren, werden digitale Filter als zeitdiskrete LTI-Systeme im z-Bereich dargestellt. Mittels einer bilinearen Transformation lässt sich die bekannte analoge Übertragungsfunktion $H(s)$ vom Laplace-Bereich in die digitale Übertragungsfunktion $H(z)$ im z-Bereich überführen.

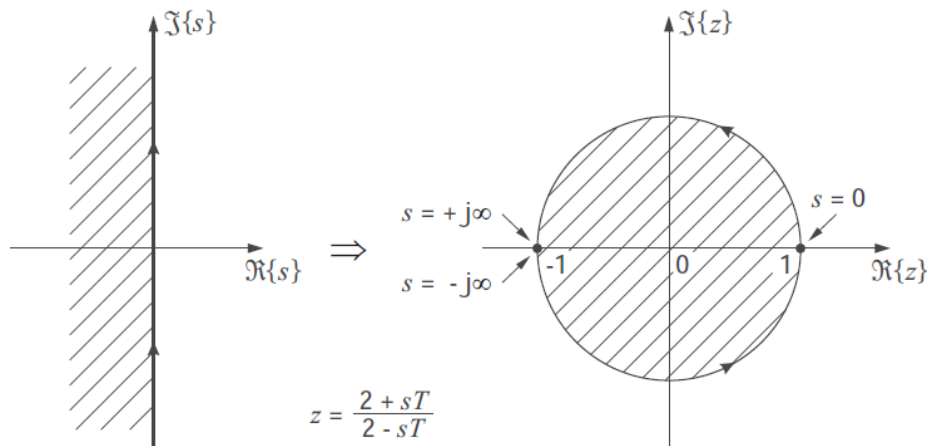


Abbildung 3.12: Bilineare Transformation vom Laplace- in den z-Bereich (aus (von Grünigen, 2014))

In Abbildung 3.12 ist das Prinzip der bilinearen Transformation visualisiert. Die linke Halbebene der s-Ebene wird in das Innere des Einheitskreises der z-Ebene transformiert (beide schraffiert). Liegen alle Pole in der linken Halbebene der s-Ebene, was bei stabilen Filtern der Fall ist, ist also auch das digitale Pendant stabil. Die imaginäre Achse der Laplace-Ebene wird auf den Rand des Einheitskreises transformiert (von Grünigen, 2014). Beide Kurven entsprechen dem jeweiligen Frequenzgang.

Grundlage der Transformation ist die folgende Substitution der Laplace-Variable s :

$$s = \frac{2}{T} \cdot \frac{z - 1}{z + 1} \quad (3.21)$$

Aus der normierten Kreisfrequenz Ω des digitalen Filters wird die Kreisfrequenz ω folgendermaßen bestimmt:

$$\omega = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\Omega}{2}\right) \quad (3.22)$$

Das Vorgehen bei der bilinearen Transformation ist nun folgendermaßen: Zunächst werden die gewünschten normierten Durchlass- und Sperrkreisfrequenzen Ω über Gleichung (3.22) in die entsprechenden Kreisfrequenzen ω des äquivalenten Analogfilters konvertiert. Aus der analogen Filtertheorie wird anschließend aus passender Literatur eine bekannte und bewährte zum Typ des Filters mit den Kreisfrequenzen passende analoge Übertragungsfunktion $H(s)$ identifiziert, womit sich mittels Gleichung (3.21) die Übertragungsfunktion $H(z)$ des Digitalfilters bestimmen lässt.

Zur Approximation von IIR-Filter existieren vier verschiedene Typen, die sich durch ihre Welligkeit im Durchlass- und Sperrbereich und die benötigte Filterordnung unterscheiden. In Tabelle 3.1 sind die Eigenschaften der verschiedenen Typen aufgeführt.

Tabelle 3.1: Eigenschaften der Approximationsarten für IIR-Filter (nach von Grünigen (2014))

Filterart	relative Ordnung	Amplitudengang Durchlassbereich	Amplitudengang Sperrbereich
Butterworth	Groß	Monoton	Monoton
Tschebyscheff I	Mittel	Wellig	Monoton
Tschebyscheff II	Mittel	Monoton	Wellig
Cauer	Klein	Wellig	Wellig

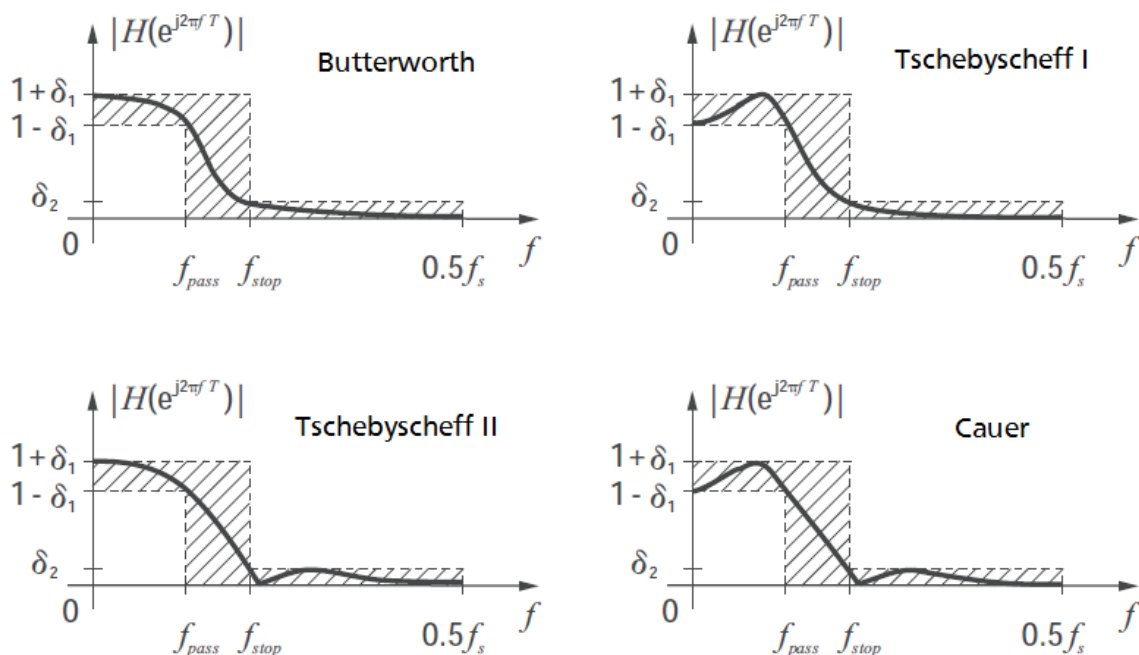


Abbildung 3.13: Beispielhafte Amplitudengänge der Approximationsarten des IIR-Filterentwurfs (aus von Grünigen (2014), bearbeitet)

Mit zunehmender Welligkeit reduziert sich die Filterordnung im Vergleich zu den anderen Approximationsarten. Auch hier ist ein Kompromiss zwischen gewünschtem monotonem Verhalten im Durchlass- und/oder Sperrbereich und der benötigten Filterordnung zu treffen. Da das Cauer-Filter die kleinste Filterordnung benötigt, wird es am häufigsten angewendet. Es wird auch als elliptisches Filter bezeichnet. Beispielhafte Amplitudengänge der vier Approximationsarten werden für Tiefpassfilter in Abbildung 3.13 gezeigt.

Im Vergleich zu FIR-Filtern sind die Filterordnungen bei IIR-Filtern in der Regel niedriger. Nachteile von IIR-Filtern sind, dass diese nicht linearphasig sind, zu Verzerrungen führen und instabil sein können.

4. Fluggravimetrie

4.1. Messsysteme

In der Fluggravimetrie werden zwei verschiedene Arten von Messsystemen verwendet. Anfangs wurden bevorzugt klassische Gravimeter zur Schweremessung eingesetzt, die in einer horizontalen Lage gehalten wurden. Daneben wurden Messungen mittels inertialer Messeinheiten (IMUs) ermöglicht. Beide Systeme werden nun in ihren Grundzügen beschrieben.

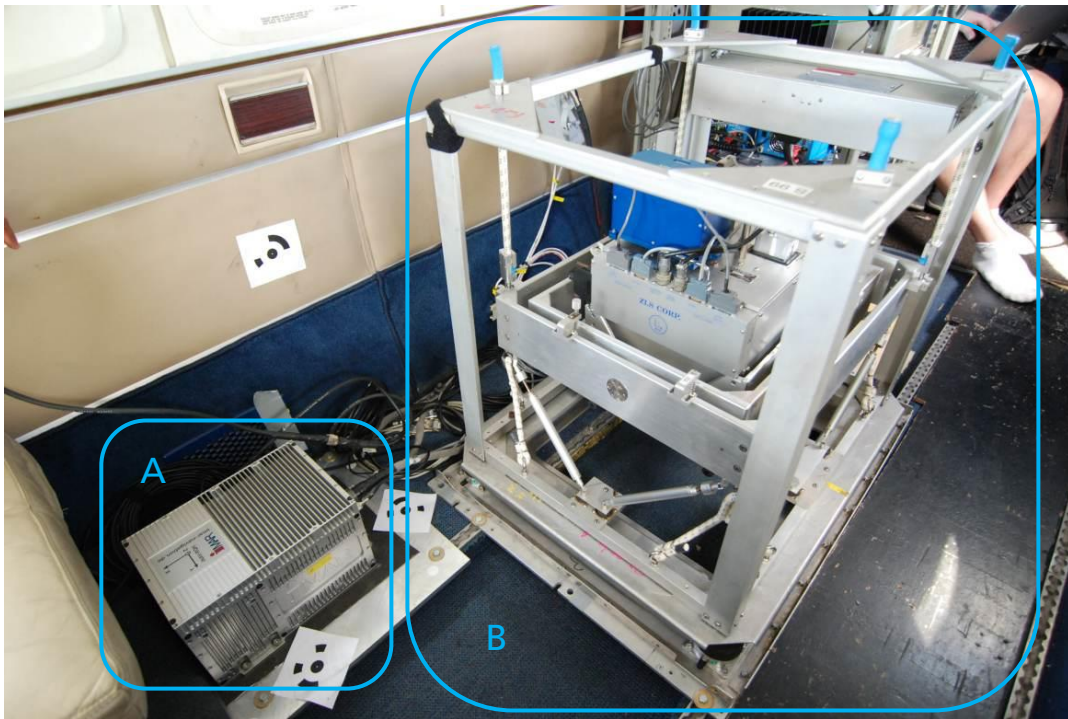


Abbildung 4.1: Größenvergleich von Strapdown-IMU iMAR RQH-1003 (A) und LaCoste & Romberg Typ-S-Gravimeter mit horizontal stabilisierter Plattform (B) (Foto: D. Becker)

4.1.1. Horizontal stabilisierte Gravimeter

Bei Verwendung plattform-stabilsierter Federgravimeter kann die Schwere lediglich in eine Richtung gemessen werden. Da bei Schweremessungen die Schwere in Lotrichtung von besonderem Interesse ist, sind solche Gravimeter vor der Messung sorgsam zu horizontieren. Da ein Flugzeug nicht exakt horizontal fliegen kann, ist die einzige Möglichkeit, verwertbare Schweredaten zu erhalten, eine ständige Nachjustierung der Horizontierung.

Die horizontale Stabilisierung eines Gravimeters in der Fluggravimetrie erfolgt über eine kreiselstabilisierte Plattform. Dabei sind auf der stabilisierten Plattform neben dem Gravimeter Gyroskope (Drehratensensoren) und horizontale Akzelerometer (Beschleunigungssensoren) fest angebracht (Forsberg, et al., 2010). In Ruhe ist die Plattform horizontiert, sobald die horizontalen Akzelerometer keine Beschleunigungen anzeigen, da die Lotrichtung, also die Richtung der Schwerebeschleunigung, in diesem Fall orthogonal zur Plattform zeigt.

Wird die Plattform nun aus der horizontalen Lage gebracht, treten horizontale Beschleunigungen auf und die Gyroskope erfassen (zusätzlich zur Erdrotation) Drehraten. Basierend auf einem Regelkreis

bringt ein Motor die Plattform zurück in die Horizontale. In der Praxis ist zu beachten, dass allein aufgrund der Bewegung des Flugzeugs Beschleunigungen vorhanden sind, die zuvor aus der Rechnung eliminiert werden müssen. Diese kinematischen Beschleunigungen können mittels GNSS bestimmt werden.

Nach Gleichung (2.11) basiert die Fluggravimetrie darauf, den Schwerevektor \mathbf{g}^i als Differenz von kinematischer Beschleunigung $\ddot{\mathbf{r}}^i$ und spezifischer Kraft \mathbf{f}^i zu bestimmen. Dabei liegen alle drei Größen als Vektoren im inertialen System vor. Bei der Fluggravimetrie mit horizontal stabilisierten Gravimetern wird ausschließlich in Lotrichtung gemessen, was im Wesentlichen der Down-Komponente im NED-Navigationskoordinatensystem entspricht. Daher werden nun lediglich die skalaren Komponenten \ddot{r}_D, f_D betrachtet. Zudem wird berücksichtigt, dass es sich um relative Schweremessungen handelt. Daher ist von der erhaltenen Schwere die am Referenzpunkt (am Flugplatz) abgelesene Schwere y_0 zu subtrahieren und die am Referenzpunkt bekannte absolute Schwere g_0 wird hinzuaddiert. Zur Bestimmung der abgelesenen Schwere y_0 dient das sogenannte *Alignment*, das möglichst vor und nach den Flügen durchgeführt werden sollte. Des Weiteren sind die Eötvöskorrektur δg_{eot} und die Horizontierungskorrektur δg_{tilt} anzubringen, auf die im Folgenden näher eingegangen wird. Zuletzt wird Gleichung (2.11) zusätzlich angepasst, da in erster Linie nicht die Schwere g_D , sondern die Schwerestörung δg_D von Interesse ist. Nach Gleichung (2.6) ergibt sich die skalare Schwerestörung als Differenz von Schwere und Normalschwere γ (Gleichungen (2.3) und (2.4)) am Messpunkt. Die damit entstehende Gleichung wird auch als „Fundamentalgleichung der Fluggravimetrie“ bezeichnet (nach Forsberg et al. (2010)):

$$\delta g_D = g_D - \gamma = \ddot{r}_D - f_D - \delta g_{eot} - \delta g_{tilt} - y_0 + g_0 - \gamma \quad (4.1)$$

Die *Eötvöskorrektur* korrigiert den Einfluss zweier Scheinkräfte. Zum einen wird die Zentrifugalbeschleunigung berücksichtigt, zum anderen der Einfluss der Corioliskraft. Die Corioliskraft entsteht, wenn sich ein Körper in einem rotierenden Bezugssystem bewegt, und wirkt quer zur Bewegungsrichtung, außer die Bewegung erfolgt parallel zur Rotationsachse des Bezugssystems. Im Falle der Fluggravimetrie ist das rotierende Bezugssystem das Navigationskoordinatensystem und dessen Rotationsachse entspricht im Wesentlichen der Erdrotationsachse. Im Gegensatz zur Zentrifugalkraft wirkt die Corioliskraft nur bei bezüglich des rotierenden Bezugssystems bewegten Objekten (Groves, 2013). Im Kontext der Fluggravimetrie ergibt sich als Eötvöskorrektur für die Down-Komponente (Wei, et al., 1998):

$$\delta g_{eot} = \left(2\omega_{ie} \cos(\phi) + \frac{v_E}{R_E + h} \right) \cdot v_E + \frac{v_N^2}{R_N + h} \quad (4.2)$$

Die Eötvöskorrektur hängt von der Erdrotationsgeschwindigkeit ω_{ie} , der (ellipsoidischen) Breite ϕ , der Geschwindigkeitskomponenten v_N, v_E in Nord- und Ostrichtung, den ihrerseits von der Breite abhängigen Meridian- und Querkrümmungsradien R_N, R_E und der ellipsoidischen Höhe h ab. Der erste Term (in der Klammer) ist auf die Corioliskraft zurückzuführen und die restlichen Terme entsprechen der Zentrifugalbeschleunigung, die durch die Bewegung im krummlinigen Koordinatensystem verursacht ist.

Die *Horizontierungskorrektur* ergibt sich als Differenz des Betrags der gemessenen horizontalen Beschleunigung (orthogonale Komponenten f_x, f_y) mit dem Betrag der wahren horizontalen Beschleunigung (Nord-/Ostkomponente \ddot{r}_N, \ddot{r}_E), dividiert durch die zweifache Schwerebeschleunigung. Dabei wird angenommen, dass die wahre horizontale Beschleunigung über GNSS bestimmbar ist (Forsberg, et al., 2010):

$$\delta g_{tilt} = \frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2} - \sqrt{\ddot{r}_N^2 + \ddot{r}_E^2}}{2g} \quad (4.3)$$

Mit einer geeigneten Horizontierungskorrektur ist es möglich, mit horizontal stabilisierten Gravimetern ohne Korrektur eines Bias Fluggravimetrie zu betreiben, wenn präzise Akzelerometer zur Messung der horizontalen Beschleunigungen vorhanden sind. Fehlerquellen liegen neben der begrenzten Messgenauigkeit des Gravimeters in Kalibrierungsfehlern, wie dem Kreuzkopplungsfehler bei Gravimetern mit Hebelarm.

4.1.2. Körperfeste Inertiale Messeinheiten (Strapdown-IMU)

Mit einer inertialen Messeinheit (IMU) kann der komplette Beschleunigungsvektor erfasst werden. Dazu sind in einer IMU drei Beschleunigungssensoren orthogonal zueinander angeordnet. Im Idealfall entspricht die Anordnung dem körperfesten Koordinatensystem. Des Weiteren dienen drei – ebenfalls orthogonal angeordnete – Drehratensensoren der vollständigen Erfassung von auftretenden Rotationen. Dies hat zur Folge, dass mit IMUs Vektorgravimetrie betrieben werden kann, statt, wie bei der Verwendung von Gravimetern, nur die vertikale Schwerekomponente zu erfassen.

Da der komplette Beschleunigungsvektor der spezifischen Kraft erfasst wird, ist eine horizontale Stabilisierung der IMU nicht erforderlich. Die IMU wird fest am Flugzeug mit bekannter Position und Orientierung fixiert („Strapdown“-Fluggravimetrie). Somit kann auf das aufwändige Regelsystem zur Horizontierung verzichtet werden und die Horizontierungskorrektur δg_{tilt} entfällt.

Auch hier wird zur Berechnung der Schwerestörung von Gleichung (2.11) ausgegangen. Es werden alle Komponenten der Schwerestörung im Navigationskoordinatensystem betrachtet. Nach Gleichung (2.6) wird die Schwerestörung $\delta \mathbf{g}^n$ als Differenz von Schwerebeschleunigung \mathbf{g}^n und Normalschwere $\boldsymbol{\gamma}^n$ erhalten. Zu beachten ist, dass die spezifische Kraft \mathbf{f}^b nun im körperfesten System gemessen wird. Daher ist sie mithilfe der Rotationsmatrix \mathbf{R}_b^n vom körperfesten in das Navigationskoordinatensystem zu transformieren. Die Transformation besteht nur aus einem rotatorischen Anteil, da die Ursprünge beider Systeme definitionsgemäß identisch sind. Von der kinematischen Beschleunigung $\ddot{\mathbf{r}}^n$ und der Eötvöskorrektur $\delta \mathbf{g}_{\text{eot}}^n$ werden nun alle Komponenten des Navigationskoordinatensystems benötigt. Damit ergibt sich die folgende Gleichung zur Bestimmung der Schwerestörung (nach Wei et al. (1998)):

$$\delta \mathbf{g}^n = \ddot{\mathbf{r}}^n - \mathbf{R}_b^n \mathbf{f}^b + \delta \mathbf{g}_{\text{eot}}^n - \boldsymbol{\gamma}^n \quad (4.4)$$

Zur Bildung der Eötvöskorrektur werden neben dem Geschwindigkeitsvektor $\dot{\mathbf{r}}^n$ die kreuzproduktbildenden Matrizen $\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n, \boldsymbol{\Omega}_{en}^n$ der Erddreh- und der Transportrate im Navigationskoordinatensystem benötigt. Während die Erddrehrate ω_{ie}^n die Winkelgeschwindigkeit der Erde um ihre eigene Achse bezüglich des Inertialsystems beschreibt, gibt die Transportrate ω_{en}^n die Winkelgeschwindigkeit der Rotation des Navigations- bezüglich des erdfesten Koordinatensystems an (Wendel, 2011). Beide Angaben erfolgen im Navigationskoordinatensystem. Die Eötvöskorrektur lautet wie folgt (Wei, et al., 1998):

$$\delta \mathbf{g}_{\text{eot}}^n = (2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\Omega}_{en}^n) \cdot \dot{\mathbf{r}}^n \quad (4.5)$$

Näheres zur Bestimmung der Größen in den Gleichungen (4.4) und (4.5) wird in Abschnitt 6.2 erläutert. Soll trotz der Möglichkeit zur Vektorgravimetrie nur die vertikale Komponente δg der Schwerestörung bestimmt werden, kann die folgende Gleichung angewendet werden. Die Eötvöskorrektur ist dabei identisch wie bei horizontal stabilisierten Gravimetern (Gleichung (4.2)):

$$\delta g_D = g_D - \gamma = \ddot{r}_D - f_D - \delta g_{\text{eot}} - \gamma \quad (4.6)$$

Die spezifische Kraft ist dafür zuvor bereits in das Navigationskoordinatensystem transformiert worden. Im Vergleich zu Gleichung (4.1) bei horizontal stabilisierten Gravimetern entfällt die Horizontierungskorrektur.

Auch bei der Strapdown-Fluggravimetrie muss die Referenzschwere am Flughafen bestimmt werden. Die Ursache hierfür liegt in den starken Driften der IMU-Sensoren. Driften im Bereich mehrerer mGal je Flug sind die Regel. Daher spielt die Entfernung von Bias und Driften in der Strapdown-Fluggravimetrie eine besondere Rolle und ist entscheidend für die Genauigkeit der zu erzielenden Resultate. Somit ist auch die Strapdown-Fluggravimetrie ein Verfahren der relativen Gravimetrie. Wie Bias und Driften modelliert werden können, wird in Abschnitt 6.4.1 erläutert.

Einerseits liegt in der schwierigen Trennung von Schwerestörung und Sensordrift ein Grund für die höhere Rechenintensivität der Strapdown-Fluggravimetrie und zeigt damit Nachteile gegenüber dem Einsatz klassischer horizontal stabiler Gravimeter auf. Andererseits sprechen einige *Vorteile* für die Verwendung *körperfester IMUs*:

- Es muss keine horizontale Stabilisierung konstruiert werden.
- Im Gegensatz zu Gravimetern mit Stabilisierungskonstruktion sind IMUs platzsparend und gewichtarm. Dies ermöglicht eine Verwendung in kleineren (und damit preiswerteren) Flugzeugen.
- Der komplette Vektor der Schwerestörung ist bestimmbar.
- IMUs sind weniger wartungsintensiv.
- Der Energieverbrauch ist deutlich geringer.
- Die Anschaffungskosten fallen niedriger aus und auch der Betrieb ist günstiger.
- Turbulenzen haben einen geringeren Einfluss auf das Ergebnis.
- Höhenänderungen während des Flugs sind weniger problematisch.
- Im Flugzeug wird kein Operator zur Ausführung der Messung benötigt.

In Tabelle 4.1 sind beispielhaft einige Eigenschaften der IMU iMAR RQH-1003 denjenigen des LaCoste & Romberg-S-Typ-Gravimeters gegenübergestellt.

Tabelle 4.1: Beispielhafter Vergleich der Eigenschaften einer IMU und eines Gravimeters zur Verwendung in der Fluggravimetrie (nach Becker (2016))

	iMAR RQH-1003	LaCoste&Romberg S-type
Befestigung	Fixiert (Strapdown)	Horizontal stabilisierte Plattform
Sensorik	3D-Quarz-Akzelerometer	1D-Zero-length-Feder
Gewicht	12,5 kg	80 kg inkl. Gestell
Volumen	20x20x35 cm	70x55x65 cm inkl. Gestell
Stromverbrauch	< 40 W	< 300 W
Langzeitstabilität	Schlecht	Gut
Robustheit gegenüber Turbulenzen	Sehr gut	Schlecht
Höhenänderungen möglich?	Ja	Nur begrenzt
Operator während Flug benötigt?	Nein	Ja

Ähnlich wie bei klassischen Gravimetern, wird bei IMUs vor und nach den Flügen eine gewisse Zeit für das *Alignment* benötigt, wobei sich das Flugzeug in dieser Zeit in Ruhe befinden sollte, um ein sogenanntes „Zero-Velocity-Update“ zu ermöglichen. Bei diesem Vorgang werden Anfangszustände der IMU ermittelt, die die Grundlage für spätere Daten auf einem hohen Genauigkeitsniveau bilden. Insbesondere

werden Roll- und Nickwinkel aus den Messungen der Beschleunigungssensoren und der Gierwinkel über Kreiselbeobachtungen bestimmt. Eine genaue Bestimmung ist nur möglich, wenn während des Alignments keine kinematische Beschleunigung vorhanden ist.

4.2. Auswerteverfahren der Strapdown-Fluggravimetrie

Die Verfahren zur Auswertung der Messungen der Strapdown-Fluggravimetrie mit körperfesten IMUs können in zwei Kategorien eingeteilt werden: Die Indirekte und die Direkte Methode.

4.2.1. Indirekte Methode

Für die Indirekte Methode existieren mehrere alternative Bezeichnungen: „Navigationsansatz“ (Ayres-Sampaio, et al., 2015), „traditioneller Weg“ (Kwon, et al., 2001), „Ein-Schritt-Verfahren“ (Becker, 2016). Grundsätzlich basiert die Indirekte Methode auf dem in Abschnitt 3.2.3 beschriebenen Verfahren zur GNSS-/IMU-Integration.

Bei der Indirekten Methode gehen alle Beobachtungen in ein *Erweitertes Kalman-Filter* (EKF) ein, einer Variante des Kalman-Filters, bei dem nichtlineare Gleichungen auftreten. Ein gewöhnliches Kalman-Filter kann nur bei linearen Problemstellungen Anwendung finden. Unter Verwendung von Navigationsgleichungen werden Zustände für jede Epoche mit IMU-Daten geschätzt. Abbildung 4.2 zeigt den grundsätzlichen Ablauf der Indirekten Methode.

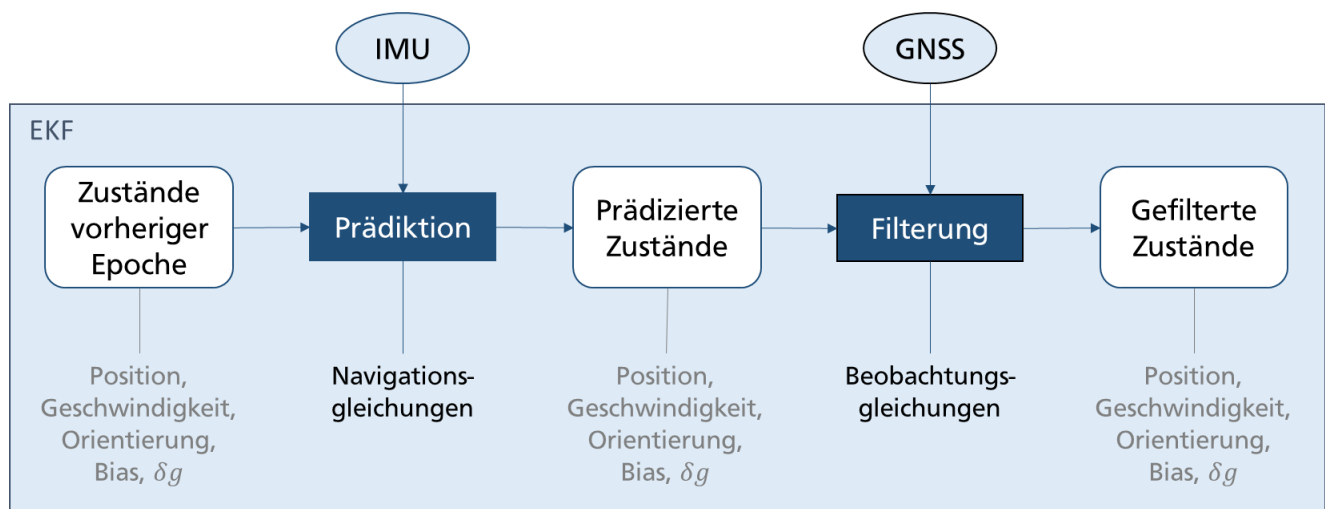


Abbildung 4.2: Ablaufdiagramm der Indirekten Methode im Erweiterten Kalman-Filter (EKF)

Das Kalman-Filter setzt sich im Wesentlichen zu jeder Epoche aus zwei Schritten zusammen, der Prädiktion und der Filterung. Die Prädiktion ergibt sich im Allgemeinen aus physikalischen Zusammenhängen. Die Filterung verbessert die Ergebnisse, falls Messungen zur betrachteten Epoche vorhanden sind.

Die Ergebnisse werden in Form eines *Zustandsvektors* gespeichert. Dieser enthält bei der Indirekten Methode der Fluggravimetrie in der Regel die jeweils dreidimensionalen Vektoren von Position, Geschwindigkeit und Orientierung sowie die ebenfalls vektoriellen Sensorbias der Akzelerometer und Gyroskope. Die skalare oder vektorielle Schwerestörung δg kann zusätzlich im Zustandsvektor enthalten sein und somit direkt im EKF mitgeschätzt werden.

Bei der Fluggravimetrie werden zur *Prädiktion* die IMU-Messungen, also die Beobachtungen der Akzele-rometer und der Gyroskope verwendet, indem die Zustände mithilfe von inertialen Navigationsgleichungen fortgeschrieben werden. Die IMU-Beobachtungen werden dazu über die Zeit integriert (Ayres-Sampaio, et al., 2015). Streng genommen sollten die IMU-Messungen erst in den Filterschritt eingehen, da es sich um Beobachtungen handelt. Aufgrund numerischer Vorteile (wegen der hohen IMU-Daten-rate) und um eine Aufblähung des Zustandsvektors zu vermeiden, werden diese Messungen dennoch wie bei dem in Abschnitt 3.2.3 beschriebenen Verfahren zur GNSS-/IMU-Integration in das Systemmodell und damit die Prädiktion aufgenommen (Becker, 2016).

Sofern zur betrachteten Epoche GNSS-Daten vorliegen, wird der prädizierte Zustandsvektor durch die *Filterung* verbessert, indem Beobachtungsgleichungen, auch Messgleichungen genannt, gebildet werden, mit deren Hilfe die Navigationslösung und die prädizierte Schwere korrigiert werden (Ayres-Sampaio, et al., 2015).

Wird zuerst eine GNSS-Prozessierung durchgeführt, gehen direkt die GNSS-Lösungen in Form von Position, Geschwindigkeit und Zeit (PVT) in das EKF ein und es handelt sich um ein lose gekoppeltes System. Bei einem eng gekoppelten System gehen die Beobachtungen in das EKF ein und die GNSS-Prozessierung erfolgt innerhalb des EKF der Fluggravimetrie. Wie bereits in Abschnitt 3.2.3 angedeutet, kann ein eng gekoppeltes System zwar einerseits GNSS-Beobachtungen unter schlechten Bedingungen mit wenigen beobachtbaren Satelliten besser nutzen, führt andererseits jedoch zu einem deutlich höheren Programmieraufwand und vergrößert entsprechend den Zustandsvektor. Im Rahmen der Fluggravimetrie bietet ein eng gekoppeltes System keine signifikanten Vorteile, da die Anzahl sichtbarer Satelliten in der Luft in der Regel groß ist.

Häufig wird ein Error-State-Kalman-Filter verwendet, bei dem nicht die absoluten Zustände geschätzt werden, sondern Abweichungen („Fehler“) zu einem außerhalb des Filters gespeicherten Zustands (vgl. Abschnitt 3.2.3). Anders als in Abbildung 4.2 dargestellt, werden die Zustände im EKF für jede neue Epoche in diesem Fall genullt, statt die absoluten Zustände der letzten Epoche zu verwenden (Groves, 2013).

Ein Kalman-Filter ist echtzeitfähig und seine Zustände zeigen einen Einlaufeffekt, d.h. zu den ersten Epochen liegen ungenauere Ergebnisse vor. Am Ende dagegen gehen alle Daten in die Schätzungen ein und die Schätzungen sollten die höchstmögliche Genauigkeit erreichen. Um auch zu Beginn der Messung eine gute Genauigkeit erreichen zu können, kann der Kalman-Filter, auch „Rauch-Tung-Striebel-Filter“ genannt, verwendet werden. Dieser fügt der Filterung in Vorwärtsrichtung auch eine Glättung in Rückwärtsrichtung – also vom Ende der Messungen zum Anfang – hinzu. In diesem Fall sind auch Resultate der ansonsten zu verwerfenden bisherigen Einlaufphase verwertbar (Becker, 2016).

Der Implementierungsaufwand zur Erstellung eines Kalman-Filters ist vergleichsweise hoch. Es ist ein sorgfältiges Tuning einiger (stochastischer) Größen wie System- und Messrauschen erforderlich, um vernünftige Ergebnisse zu erhalten. Da es sich um ein rekursives Verfahren handelt, sind für die erste Epoche Anfangszustände und deren Genauigkeit zu bestimmen. Dies kann problematisch sein, da das erweiterte Kalman-Filter aufgrund von Linearisierungsfehlern nur bei Abweichungen bis zu einem bestimmten Maß zu den wahren Werten konvergiert.

4.2.2. Direkte Methode

Für die Direkte Methode der Fluggravimetrie werden auch die alternativen Bezeichnungen „Beschleunigungsansatz“ (Ayres-Sampaio, et al., 2015) und „Mehr-Schritt-Verfahren“ verwendet (Becker, 2016). Einen Überblick über den Ablauf der Methode liefert Abbildung 4.3.

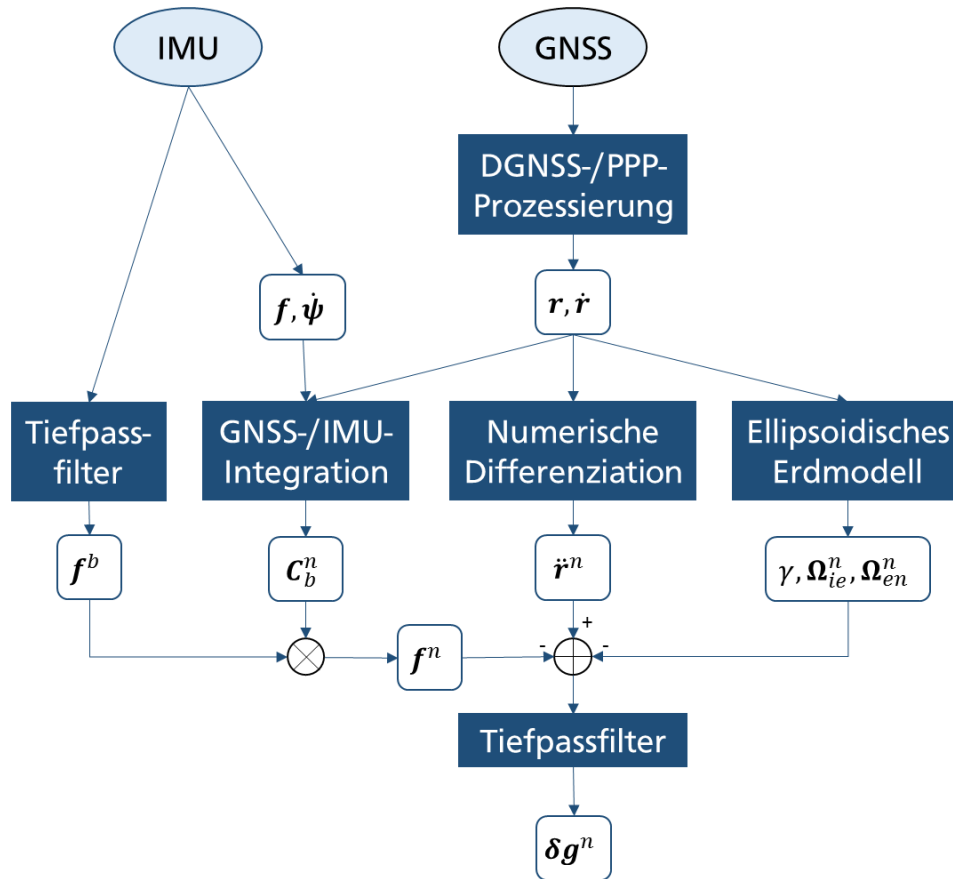


Abbildung 4.3: Ablaufdiagramm der Direkten Methode mit den jeweiligen Ausgangsgrößen

Wie letzterer Begriff andeutet, erfolgt die Schätzung der Schwerestörung hier nicht wie bei der Indirekten Methode in einem Guss, sondern in mehreren, getrennten Schritten für jede betrachtete Epoche:

1. Zunächst wird – wie bei der lose gekoppelten Indirekten Methode – die GNSS-Prozessierung in Form von DGNSS oder PPP (vgl. Abschnitt 3.2.1 bzw. 3.2.2) durchgeführt. Dabei werden die räumliche Position \mathbf{r} und Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{r}}$ erhalten.
2. Die Beschleunigungs-Rohdaten der IMU werden tiefpassgefiltert. Dieser Schritt ist optional, kann aber zu verbesserten Ergebnissen führen.
3. Es wird eine integrierte GNSS- und IMU-Auswertung (vgl. Abschnitt 3.2.3) durchgeführt. Von der IMU gemessene Beschleunigungen \mathbf{f} und Drehraten $\dot{\boldsymbol{\psi}}$ sowie die aus der GNSS-Prozessierung erhaltene Position und Geschwindigkeit dienen als Eingangsgrößen. Ziel der Integration ist die Bestimmung einer präzisen Orientierung in Form der Rotationsmatrix \mathbf{C}_b^n .
4. Aus den Ergebnissen der GNSS-Prozessierung wird über numerische Differenziation die kinematische Beschleunigung $\ddot{\mathbf{r}}^n$ in Navigationskoordinaten bestimmt. Dabei kann entweder die Position zweimal oder die Geschwindigkeit einmal nach der Zeit abgeleitet werden.
5. Die bei der GNSS-Prozessierung erhaltenen Position und Geschwindigkeit werden auch benötigt, um die Normalschwere γ sowie die kreuzproduktbildenden Matrizen $\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n, \boldsymbol{\Omega}_{en}^n$ der Erddreh- und Transportrate in Navigationskoordinaten zu erhalten.
6. Die Rotationsmatrix \mathbf{C}_b^n wird mit der im körperfesten Koordinatensystem gemessenen und tiefpassgefilterten spezifischen Kraft \mathbf{f}^b multipliziert, um diese ins Navigationskoordinatensystem zu transformieren. Das Ergebnis ist \mathbf{f}^n .
7. Die bestimmten Größen werden verwendet, um mittels der Gleichungen (4.4) und (4.5) die Schwerestörung zu bestimmen.

Ist die Schwerestörung über die Punkte 1 bis 7 für alle zu untersuchenden Epochen ermittelt worden, ist das Ergebnis noch starkem, hochfrequentem Rauschen unterworfen. Daher wird ein Tiefpassfilter verwendet, um ein verwertbares Ergebnis für die Schwerestörung δg^n zu erhalten. Anhand der Ergebnisse können durch Vergleich von Schwerestörung am Start- und Landeplatz ein Bias und eine lineare Drift aus den Ergebnissen der Schwerestörung eliminiert werden.

Das oben beschriebene Vorgehen ist eine leichte Abwandlung des grundlegenden Vorgehens anderer Gruppen. Glennie et al. (1999) nutzen die GNSS-/IMU-Integration, um die Akzelerometer- und Gyroskopbias und -driften zu schätzen. Somit entfernen sie Bias und Driften direkt aus der gemessenen spezifischen Kraft. Zum Einsatz in Gleichung (4.4) verwenden sie die korrigierte spezifische Kraft. In der vorliegenden Ausarbeitung werden Bias und Drift dagegen ausschließlich für die erhaltene Schwerestörung bestimmt. Hierfür können Referenzwerte an den Flugplätzen verwendet werden.

4.3. Methoden der Qualitätsanalyse

Die Angabe der erhaltenen Schwerestörung ist zur Beurteilung der Ergebnisse alleine nicht ausreichend. Um Aussagen über die Genauigkeit der Daten machen zu können, sind Qualitätsmaße erforderlich. In der Fluggravimetrie stehen dafür mehrere Möglichkeiten zu Verfügung. Manche Methoden bieten Aufschluss über die innere, andere über die äußere Genauigkeit der erhaltenen Werte.

4.3.1. Analyse von Kreuzungspunkten

Bei gravimetrischen Messungen am Boden (terrestrische Gravimetrie) wird in der Regel der Punkt der Messung vermarktet. Daher können zur Überprüfung der Messgenauigkeit die Messungen zu einem späteren Zeitpunkt erneut durchgeführt werden. Von zeitlichen Änderungen des Schwerefeldes abgesehen ist also eine Wiederholungsmessung hier möglich.

Messungen der Fluggravimetrie sind in der Regel kaum wiederholbar, da in der Luft und in Bewegung gemessen wird. Da ein Flugzeug einer begrenzten Navigationsgenauigkeit und Turbulenzen unterliegt, wird es nie genau die gleiche Position mehrfach erreichen. Zudem laufen digitale Messungen nicht kontinuierlich ab, sondern erfolgen zu diskreten Zeitpunkten, den einzelnen Epochen.

Dennoch wird im Rahmen von Messflügen versucht, mehrere Punkte zu erzeugen, die nicht direkt aufeinanderfolgen und doch räumlich möglichst nahe beieinanderliegen, um ein längerfristig ermitteltes Maß für die innere Messgenauigkeit zu erhalten. Messflüge werden in der Regel so geplant, dass ein zu untersuchendes Gebiet streifenförmig überflogen wird. Zur Überprüfung der Genauigkeit werden im Idealfall möglichst viele Flüge orthogonal zu diesen Streifen geflogen. Betrachtet man nur die horizontale Position, ergeben sich Schnittpunkte zwischen den Fluglinien, die sogenannten *Kreuzungspunkte* („Crossover points“). Da aufgrund der diskreten Beobachtungen nicht exakt in den Kreuzungspunkten gemessen wird, sind die ermittelten Schwerestörungen auf die Kreuzungspunkte zu interpolieren.

Für die Kreuzungspunktanalyse sind so viele Kreuzungspunkte wie möglich wünschenswert. Dies führt jedoch zu längeren und zusätzlichen Flügen, die die Kosten einer Fluggravimetrie-Messkampagne enorm steigern können. Bei der Flugplanung ist demnach ein Kompromiss zwischen Wirtschaftlichkeit und der Sicherstellung eines zuverlässigen Qualitätsmaßes zu finden.

Aus den folgenden beiden Gründen lägen selbst unter der Annahme von fehlerfreien Messungen an den Kreuzungspunkten keine gleichen Werte für die Schwerestörung aus den beiden beteiligten Fluglinien vor:

- Das Schwerfeld der Erde variiert nicht nur räumlich, sondern auch zeitlich. Gründe hierfür sind die von Mond und Sonne verursachten Erdzeiten, hydrologische (saisonale) Effekte und Effekte durch Ozean- und Atmosphärenauflasten, Deformationen der Erdkruste sowie Änderungen der Zentrifugalbeschleunigung wegen Präzession und Nutation (Bewegung der Erdrotationsachse). Alle diese Beiträge sind jedoch im Vergleich zur derzeit bestenfalls erzielbaren Genauigkeit im Bereich um 1 mGal gering mit Größenordnungen zwischen 10 und 150 μ Gal und daher vernachlässigbar (Becker, 2016). Für die Zwecke der Fluggravimetrie kann das Schwerfeld daher als zeitlich konstant betrachtet werden.
- Die Fluglinien schneiden sich nur bei rein horizontaler Betrachtung, da ihre Höhen variieren. Um die Abweichungen aufgrund des Schwergradienten mit der Höhe in Grenzen zu halten, sollten die Flüge auf möglichst konstanten Höhen absolviert werden. Unter Festlegung einer maximalen betragsmäßigen Höhendifferenz (z.B. 100 m) zwischen den Fluglinien an der Position der Kreuzungspunkte kann auf eine Modellierung des Schwergradienten basierend auf einem Geoidmodell verzichtet werden. Bei einer anderweitigen Lösung wäre auch die Unsicherheit des Geoidmodells zu berücksichtigen.

Residuen und Standardabweichung

Werden die genannten Bedingungen eingehalten, ergeben sich Residuen χ zwischen den Schwerestörungen der Linien A, B an den Kreuzungspunkten als Differenz der Schwerestörungen, die in erster Linie aus den Messunsicherheiten resultieren:

$$\chi_{A,B} = \delta g_A - \delta g_B \quad (4.7)$$

In der Regel wird davon ausgegangen, dass die Genauigkeiten der beiden erhaltenen Schwerestörungen gleich sind, da jeweils dasselbe Messsystem verwendet wird. Meist wird nun die Genauigkeit in Form des quadratischen Mittels (RMS, „root mean square“) angegeben, z.B. in (Glennie, et al., 1999; Ayres-Sampaio, et al., 2015; Becker, 2016). Zur Berechnung des RMS dienen die Residuen χ_i aller N Kreuzungspunkte als Eingangsgrößen. Die Komponenten der Residuen werden dabei einzeln betrachtet. Der RMS entspricht der *theoretischen* Standardabweichung einer mittelwertfreien Datenreihe:

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \chi_i^2}{N}} \quad (4.8)$$

Der RMS gibt die Genauigkeit der Differenz der Schwerestörungen an. Gesucht ist jedoch die Genauigkeit der Werte für die Schwerestörung eines einzelnen Fluges. Wie diese aus dem RMS bestimmt werden kann, soll anhand eines einfachen Beispiels hergeleitet werden. Gegeben seien zwei Messwerte a, b mit gleicher Standardabweichung $\sigma_a = \sigma_b = \sigma_e$. Die Standardabweichung σ_Δ der Differenz $\Delta = a - b$ ergibt sich nach den Regeln der Varianzfortpflanzung wie folgt:

$$\sigma_\Delta = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta}{\partial a} \cdot \sigma_a\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial b} \cdot \sigma_b\right)^2} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2} = \sqrt{2\sigma_e^2} = \sigma_e \sqrt{2} \quad (4.9)$$

Aufgelöst wird bei bekannter Standardabweichung der Differenz als Standardabweichung der Einzelmessungen erhalten:

$$\sigma_e = \frac{\sigma_\Delta}{\sqrt{2}} \quad (4.10)$$

Da auch für die einzelnen Schwerestörungen der Fluglinien von einer gleichen Genauigkeit ausgegangen wird, ergibt sich die Genauigkeit der Einzelwerte für die Schwerestörung entlang der Fluglinien analog zu Gleichung (4.10). Diese Genauigkeit des Einzelflugs wird als Standardabweichung σ (Glennie, et al., 1999) oder RMSE („RMS error“) (Becker, 2016; Forsberg, et al., 2010) bezeichnet:

$$\sigma = \text{RMSE} = \frac{\text{RMS}}{\sqrt{2}} \quad (4.11)$$

Kreuzungspunktjustierung

Eine große Herausforderung bei der Verwendung von IMUs zur Fluggravimetrie besteht im Umgang mit Bias und Driften. Mit bekannten Referenzschwerpunkten an den Start- und Landeflugplätzen lässt sich ein Bias in Verbindung mit einem linearen Drift recht einfach beseitigen (vgl. Abschnitt 6.4.1). Es existieren jedoch auch nichtlineare Driften. Zudem können weitere, z.B. azimutabhängige Fehler auftreten, die sich auf verschiedene Fluglinien unterschiedlich auswirken. Als eine „Fluglinie“ wird im Folgenden jeder näherungsweise gerade verlaufende Teilabschnitt eines Messflugs bezeichnet.

Die Annahme, dass die wahren Werte der Schwerestörungen an den Kreuzungspunkten theoretisch näherungsweise gleich groß sein sollten, kann im Rahmen einer *Kreuzungspunktjustierung* („Crossover Adjustment“) dazu verwendet werden, die Bias für die verschiedenen Fluglinien getrennt zu schätzen. Die justierten („adjusted“) Residuen $\bar{\chi}_i$ der Kreuzungspunkte ergeben sich dann mithilfe der Bias κ_i , die zusätzlich in der angepassten Gleichung (4.7) eingehen (nach Becker, 2016):

$$\bar{\chi}_{A,B} = (\delta g_B - \kappa_B) - (\delta g_A - \kappa_A) \quad (4.12)$$

Dabei wird genau ein Bias pro Fluglinie bestimmt, es sollten aber mehrere Schwerestörungen (an verschiedenen Kreuzungspunkten) je Fluglinie vorhanden sein. Die Schätzung der Bias kann über die Methode der kleinsten Quadrate erfolgen, z.B. mit einem Gauß-Markov-Modell.

Voraussetzung für eine Kreuzungspunktjustierung ist, dass für die Fluglinien, für die Bias geschätzt werden sollen, ausreichend viele Kreuzungspunkte vorliegen. Für Fluglinien mit weniger als zwei Kreuzungspunkten ist keine Biasbestimmung sinnvoll, ohne Kreuzungspunkte sogar unmöglich. Mit einem Kreuzungspunkt würde die Linie auf das Residuum im Kreuzungspunkt fixiert werden, was wegen der Zufälligkeit des Residuums nicht sinnvoll ist.

Auch wenn nur wenige zusätzliche Kreuzungspunkte vorliegen, ist die Schätzung eines RMS bzw. einer Standardabweichung für die resultierenden Schwerestörungsdaten zu optimistisch, da die Redundanz in diesen Fällen noch gering ist und die Bias zu sehr von einzelnen Residuen (Hebelbeobachtungen) abhängen. Um die Genauigkeit der *justierten* Ergebnisse realistischer angeben zu können, sind die Residuen mit einem Korrekturfaktor ρ_i zu versehen, der für jede Fluglinie i einzeln bestimmt wird und von der Anzahl n_i der zur jeweiligen Fluglinie zugehörigen Kreuzungspunkte abhängig ist. Mithilfe der folgenden analytischen Formel lassen sich unter Verwendung der Gammafunktion $\Gamma(x)$ die Korrekturfaktoren berechnen, die zur Angabe einer theoretischen Genauigkeit nach den Gleichungen (4.8) bzw. (4.11) erforderlich sind (Becker, 2016):

$$\rho_i = \sqrt{\frac{n_i}{2}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{n_i - 1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n_i}{2}\right)} \quad (4.13)$$

Für eine große Anzahl an Kreuzungspunkten konvergiert der Korrekturfaktor gegen 1 und wird damit vernachlässigbar.

Liegen lange Fluglinien mit vielen Kreuzungspunkten vor, kann für die einzelnen Fluglinien neben einem konstanten Bias auch eine lineare Drift geschätzt werden (Hwang, et al., 2006). Ist die Zahl der Kreuzungspunkte je Linie dagegen gering, besteht die Gefahr der Überparametrisierung. Die Redundanz zur Bestimmung der Parameter ist dann gering, so dass die erhaltenen Parameter wenig verlässlich sind.

Eine Kreuzungspunktjustierung kann sich positiv auf die Genauigkeit der erhaltenen Ergebnisse auswirken. Bei einer geringen Anzahl an Kreuzungspunkten ist eine Kreuzungspunktjustierung allerdings nicht immer empfehlenswert. In diesem Fall sollte besonderer Wert auf eine realistische Genauigkeitsangabe mittels Korrekturfaktoren gelegt werden.

Ein möglicher Algorithmus zur Kreuzungspunktjustierung wird in Abschnitt 6.5 erläutert.

4.3.2. Wiederholte Fluglinien

Statt einzelne Kreuzungspunkte zu vergleichen, besteht die Möglichkeit, ganze Fluglinien zu wiederholen. Wie bereits erwähnt, kann eine solche Wiederholung mit einem Flugzeug nur näherungsweise gelingen. Im Falle der Kreuzungspunktanalyse liegen bezogen auf ein horizontales, zweidimensionales Koordinatensystem Schnitte der Spuren der Fluglinien vor, in der Höhe kommt es zu Differenzen. Werden Fluglinien wiederholt, bestehen fast immer Differenzen zwischen den Trajektorien in der Horizontalen und der Vertikalen. Dies führt insgesamt zu einer Vergrößerung der Residuen der bei den jeweiligen Fluglinien bestimmten Schwerestörung.

Im Vergleich zu wiederholten Fluglinien sind Schwerestörungen an den Kreuzungspunkten der Kreuzungspunktanalyse wenig korreliert, da sie über völlig unterschiedliche Trajektorien mit größerem Schnittwinkel entstanden sind. Erfolgt der Schnitt orthogonal, ist die Schwere entlang der beiden Fluglinien des Kreuzungspunkts unkorreliert. Bei wiederholten Fluglinien sind die erhaltenen Schwerestörungen dagegen stark korreliert, da auf den entsprechenden Trajektorien nahezu gleiche Einflüsse des Schwerfelds vorliegen. Dies hat zur Folge, dass die Ergebnisse im niederfrequenten Bereich besser übereinstimmen. Die Ergebnisse werden also mit längeren Filterlängen (scheinbar) genauer (Wei, et al., 1998; Ayres-Sampaio, et al., 2015). Die entstehende Genauigkeitsangabe entspricht infolge dessen nur sehr entfernt der äußeren Genauigkeit.

Ähnlich wie bei der Kreuzungspunktanalyse (Gleichung(4.8)) kann auch bei wiederholten Fluglinien der RMS bestimmt werden. Die Standardabweichung des Einzelfluges ergibt sich wieder mit Gleichung (4.11).

Wiederholte Fluglinien führen zu deutlich höheren Kosten als die Kreuzungspunktanalyse, da hierfür deutlich mehr Flugzeit benötigt wird. Werden nur manche Fluglinien wiederholt, lassen sich bei alleiniger Analyse von wiederholten Fluglinien nur vorsichtige Rückschlüsse auf die verbleibenden Fluglinien ziehen. Fluglinien mit grob falschen Ergebnissen (Ausreißer) sind somit – anders als bei der Kreuzungspunktanalyse – kaum zu identifizieren. Wegen der zahlreichen Nachteile werden Fluglinien nur in Einzelfällen wiederholt.

4.3.3. Vergleich mit bekannter Referenzschwere

Mit den bisher beschriebenen Methoden zur Qualitätsanalyse kann ausschließlich die innere Genauigkeit betrachtet werden, da lediglich überprüft wurde, ob das Messsystem zu verschiedenen Zeitpunkten am (näherungsweise) gleichen Ort zu den gleichen Ergebnissen kommt. Dabei besteht jedoch die Möglichkeit verbleibender systematischer Fehler. Um diese aufzudecken, sind die Ergebnisse mit Daten zu vergleichen, die mit unabhängigen Messverfahren ermittelt wurden.

Theoretisch wäre erstrebenswert, dass diese Verfahren Daten mit einer höheren Genauigkeit bereitstellen als die Daten, die mittels Fluggravimetrie erhalten werden. Solche Daten mit höherer Genauigkeit sind im Luftraum der Fluggravimetrie jedoch nicht vorhanden, weshalb sich die äußere Genauigkeit nur mit eingeschränkter Sicherheit bestimmen lässt.

Referenzmessungen am Flugplatz

Zu Beginn und Ende des Fluges lässt sich die äußere Genauigkeit am Flugplatz vergleichsweise gut bestimmen, sofern ein Referenzschwerewert vorhanden ist. Die terrestrische Schweremessung zu Beginn wird insbesondere dazu genutzt, ein vorhandenes Bias der vergleichsweise stark driftenden IMU zu eliminieren.

Kehrt das Flugzeug am Ende des Fluges zum Ausgangsflugplatz zurück, sollte theoretisch wieder die gleiche Schwerestörung wie am Anfang erhalten werden. Die Abweichung vom Anfangs- zum Endwert wird als *Schleifenschlussfehler* bezeichnet, in Analogie zur Auswertung eines Nivellements. Unterscheidet sich der Lande- vom Startflugplatz, ist die Differenz der bekannten Absolutschwerewerte zu berücksichtigen.

Die Schweremessung zum Schluss dient auch dazu, neben dem Bias zu Beginn des Fluges auch eine Drift zu approximieren. Meist wird eine solche Drift als lineare Drift modelliert (vgl. Abschnitt 6.4.1). Schon dieses einfache Modell führt zu erheblich verbesserten Genauigkeiten bei der Strapdown-Fluggravimetrie.

Vergleich mit externen Schweredaten

Mittels Fluggravimetrie werden Schwerestörungen auf Flughöhe erhalten. Bei Anwendungen ist jedoch meist die Schwerestörung auf anderen Bezugsflächen, z.B. dem Geoid, gesucht. Die Schweredaten der Fluggravimetrie sind dann nach unten fortzuschreiben („*Downward continuation*“, „Abwärtsprozessierung“). Eine Möglichkeit hierfür bietet die *Kollokation nach kleinsten Quadraten*, näheres in Forsberg et al. (2010).

Zur Stabilisierung der Methode kann das *Remove-Restore-Verfahren* verwendet werden. Dabei wird die Schwerestörung in drei Anteile aufgeteilt:

- Langwellige Effekte, die mittels globaler Schweremodelle bestimmt werden können: Ein solches Modell ist das auf Satellitendaten (vgl. Abschnitt 2.2.3) basierende Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008).
- Topografiebedingte kurzwellige Effekte, die sich aus Digitalen Geländemodellen (DGM) ergeben: Ein globales DGM lieferte die Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) im Jahr 2000. Ein mögliches Modell zur Modellierung des Einflusses der Topografie ist das Residual Terrain Model (RTM), bei dem bezogen auf eine mittlere Referenzoberfläche die Masse der ober- und unterhalb liegenden Gesteinsschichten unter Annahme einer konstanten mittleren Dichte berücksichtigt

wird (Forsberg, et al., 2010). Da langwellige topografiebedingte Effekte bereits im langwelligen Anteil, dem Anteil aus den Satellitenverfahren, enthalten sind, sollten die topografischen Anteile hochpassgefiltert werden, um eine zweifache Berücksichtigung auszuschließen.

- Der verbleibende dritte Anteil ist als eigentlicher Informationsgewinn durch die Fluggravimetrie zu verstehen.

Im Remove-Restore-Verfahren werden zunächst die langwelligen und topografischen Anteile (beide auf die Flughöhe bezogen) aus dem Signal entfernt (Remove-Schritt). Der verbleibende Anteil wird abwärtsprozessiert. Zuletzt können langwellige und topografische Anteile wieder hinzugefügt werden (Restore-Schritt). Diesmal werden diese Anteile jedoch bezogen auf die gewünschte Höhe an der Bezugsfläche (z.B. Geoid) bestimmt.

Soll mittels Fluggravimetrie das Geoid bestimmt werden, kann dies nach dem oben beschriebenen Verfahren der Abwärtsprozessierung der Schwere erfolgen. Ein stabilerer Weg besteht darin, ein Quasigeoid auf Flughöhe zu bestimmen und anschließend eine Abwärtsprozessierung zum Geoid durchzuführen (Forsberg, et al., 2010).

Für viele Regionen liegt ein dichtes Netz von terrestrischen Schweremessungen vor, mit denen vergleichsweise präzise Schwerefeldmodelle für die entsprechenden Regionen ermittelt wurden. Diese Modelle können verwendet werden, um die äußere Genauigkeit der mittels Fluggravimetrie bestimmten Schwerestörung zu erhalten. Dazu ist eine Aufwärtsprozessierung („*Upward continuation*“) der entsprechenden Modelle erforderlich.

Bei der Evaluierung der mittels Aufwärtsprozessierung erhaltenen Genauigkeiten ist zu beachten, dass durch die begrenzte Genauigkeit des Schweremodells eine zusätzliche Unsicherheit hinzugefügt wird. Oftmals ist das Genauigkeitsniveau der Referenzfläche nicht höher als das der inneren Genauigkeit der Fluggravimetrie. Eine weitere Unsicherheit ist der bei der Aufwärtsprozessierung entstehende Fehler. Schon aus diesen Gründen liegt die mittels Aufwärtsprozessierung bestimmte Genauigkeit in der Regel unter der durch Kreuzungspunktanalyse bestimmten Genauigkeit. Dennoch ist die Aufwärtsprozessierung eine der wenigen praktikablen Möglichkeiten zur Kontrolle der externen Genauigkeit.

Häufig bestehen bei terrestrischen gravimetrischen Messungen Unsicherheiten bezüglich möglicher Bias. Die Fluggravimetrie kann ein Mittel sein, größere Bias aufzudecken (Forsberg, et al., 2010).

Wie bereits in Abschnitt 2.2.3 angedeutet, wird Fluggravimetrie oft in abgelegenen oder schwer zugänglichen Regionen angewendet, in denen ein Netz terrestrischer Schweremessungen zu aufwändig und kostspielig wäre. Aus diesem Grund ist ein Vergleich mit solchen Daten meistens nicht möglich. Dies ist auch in den im Rahmen dieser Thesis untersuchten Regionen der Fall (vgl. Kapitel 8).

4.3.4. Untersuchung der lang- und kurzwelligen Anteile

Dank globaler Schwerefeldmodelle wie EGM2008 ist das Schwerefeld der Erde im Bereich langer Wellenlängen weltweit vergleichsweise gut bestimmt. Bei Vorhandensein ausreichend langer Fluglinien können die Schwerefeldmodelle mit dem langwelligen Anteil der Ergebnisse der Fluggravimetrie verglichen werden, um ein Maß für die externe Genauigkeit im langwelligen Bereich zu erhalten. Aufgrund von Randeffekten des Tiefpassfilters können bei einem mittels GOCE, der Satellitenmission mit der derzeit höchsten Auflösung (70 km, halbe Wellenlänge), erhaltenen Schwerefeldmodell die jeweils ersten und letzten 70 km der Fluglinien nicht zum Vergleich herangezogen werden (Becker, 2016).

Ein solcher *Vergleich des langwelligen Anteils mit satellitenbasierten Schwerefeldmodellen* kann bei großflächig untersuchten Gebieten auch dazu dienen, ein Bias einer gesamten fluggravimetrischen Kampagne

zu ermitteln. Ein so ermittelter Bias kann Hinweise auf die äußere Genauigkeit geben. Die Gesamtgenauigkeit einer Messkampagne kann als die Kombination dieser Angabe der äußeren Genauigkeit mit der zusätzlich bestimmten inneren Genauigkeit (z.B. über eine Kreuzungspunktanalyse) gedeutet werden (Becker, 2016).

Ähnlich wie der langwellige Anteil der erhaltenen Schwerestörung mit Satellitendaten verglichen werden kann, ist ein *Vergleich zwischen dem kurzwelligen Anteil und dem topografiebedingten Anteil der Schwere* möglich. Dies gilt jedoch nur, falls die untersuchte Region große topografische Änderungen aufweist, da der topografiebedingte Anteil lediglich als Quasireferenz für den kurzwelligen Anteil der Ergebnisse verstanden werden darf. Nur in Gebirgsregionen bestimmt lässt sich der kurzwellige Anteil der Schwerestörung hauptsächlich über die Topografie bestimmen.

Der topografiebedingte Anteil der Schwere lässt sich bei bekanntem DGM über die Integration von Masseneinheiten in einem bestimmten Radius (z.B. 100 km) um den betrachteten Punkt bestimmen. Für nahe beim zu bestimmenden Punkt liegende Masseneinheiten muss das DGM genauer bekannt sein als für entfernt liegende.

4.3.5. Direktvergleich verschiedener Messsysteme und Auswerteverfahren

Die mittels Fluggravimetrie erreichbare Genauigkeit hängt stark von der untersuchten Region ab. Über flachen Landschaften lassen sich im Allgemeinen genauere Ergebnisse erzielen als in Gebirgsregionen mit starken Schwerfeldvariationen, wenn man die bisher vorgestellten Kenngrößen betrachtet, was jedoch in erster Linie den dort vorliegenden, geringeren Variationen der Schwerestörung geschuldet ist. Zudem kommt es zu Genauigkeitsänderungen durch unterschiedlich starke Turbulenzen, Flughöhen und -geschwindigkeiten, flugzeugspezifische Effekte, atmosphärische Bedingungen, GNSS-Satellitenkonstellationen und die Art der Auswertung (z.B. Redundanz bei der Kreuzungspunktanalyse, Tiefpassfilterung) (Becker, 2016). Daher ist ein Vergleich verschiedener Messsysteme und Auswerteverfahren schwierig, wenn diese bei verschiedenen Messkampagnen getestet werden.

Um verschiedene *Auswerteverfahren* vergleichen zu können, sollten diese demnach auf Daten desselben Fluges angewendet werden. Nur so kann gewährleistet werden, dass die unterschiedlichen Genauigkeiten nicht zu großen Teilen auf unterschiedlichen Flugbedingungen und regionalen Besonderheiten beruhen. Ein Beispiel für den Test verschiedener Auswerteverfahren findet sich in Wei et al. (1998).

Während unterschiedliche Auswerteverfahren anhand der Daten im Nachhinein eines Fluges getestet werden können, wird für den Vergleich verschiedener *Messsysteme* eine sorgfältige Planung erforderlich. Um die Messsysteme adäquat vergleichen zu können, sind diese im selben Flugzeug einzubauen und gleichzeitig zu nutzen. Ein solcher Testflug kann sich beispielsweise wie bei Glennie et al. (1999) und Ayres-Sampaio et al. (2015) mit dem Vergleich verschiedener IMUs oder wie bei Becker et al. (2015) mit dem Vergleich zwischen IMU und klassischem Gravimeter beschäftigen.

Auch beim Direktvergleich verschiedener Auswerteverfahren kann der RMS der Residuen nach Gleichung (4.7) berechnet werden. Ist die Annahme einer (näherungsweise) gleichen Genauigkeit der Messsysteme bzw. Auswerteverfahren gerechtfertigt, ergibt sich ein Maß für die Standardabweichung der einzelnen Verfahren wieder nach Gleichung (4.11).

Im Rahmen dieser Thesis erfolgt ein Direktvergleich der Ergebnisse der Direkten Methode mit der Indirekten Methode der Strapdown-Fluggravimetrie für dieselben Flüge.

5. Stand der Wissenschaft

5.1. Aktueller Stand

In den frühen 1960er Jahren wurde von Nettleton et al. (1960) erstmals ein Testflug zur Fluggravimetrie mit einem horizontal stabilisierten Federgravimeter (vgl. Abschnitt 2.2.3) gestartet. Die Positionierungsgenauigkeit erwies sich in den Anfangsjahren als limitierender Faktor. Sie erfolgte zunächst mittels Radaraltimetrie, wobei ein bekanntes DGM vorhanden sein musste.

Zwei Jahrzehnte später wurde von Schwarz (1983) die Möglichkeit beschrieben, mit IMUs in Flugzeugen das lokale Schwerfeld zu bestimmen. Mit der damaligen Technik war dies jedoch vorerst nicht möglich.

Den großen Aufschwung erlebte die Fluggravimetrie in den frühen 1990er Jahren durch die Möglichkeiten, die das nun bereitstehende GPS boten. Mittels Trägerphasenmessungen ließ sich die Position des Flugzeugs und damit auch dessen kinematische Beschleunigung ab dann viel exakter bestimmen. Als erstes größeres Projekt wurde in den Jahren 1991/1992 Grönland befliegen, wobei laut Brozena (1992) Genauigkeiten von 4 mGal (5 mGal) bei einer Auflösung von 12 km (15 km) erreicht werden. Die Auflösung ist definiert als die halbe Wellenlänge. Später wurden von Brozena et al. (1996) ebenfalls auf Grönland bereits Genauigkeiten um 2 mGal erreicht.

Im Rahmen dieser ersten Flüge wurden große Flugzeuge wie die Orion P-3 eingesetzt, was die Messkampagnen sehr teuer machte. Somit waren solche Flüge anfangs nur größeren Organisationen oder staatlichen Einrichtungen möglich (Forsberg, et al., 2010). Der Trend ging jedoch schnell immer mehr zu Leichtflugzeugen über. Heute scheint bereits Fluggravimetrie unter Einsatz ziviler Drohnen denkbar, sofern kleine und leichte IMUs verwendet werden.

Dass mithilfe einer Strapdown-IMU verlässliche fluggravimetrische Ergebnisse erreicht werden können, zeigten erstmals Wei et al. (1998). Bei ihren Testflügen über den Rocky Mountains erreichten sie unter Verwendung der Direkten Methode eine innere Genauigkeit von etwa 2 mGal (Standardabweichung/RMSE) bei einer Auflösung von 5 km. Diese Genauigkeit wurde über wiederholte Fluglinien ermittelt. Beim Vergleich mit aufwärtsprozessierten Referenzdaten ergaben sich Genauigkeiten von etwa 3 mGal.

In Glennie et al. (1999) verglichen die Autoren die Eigenschaften mehrerer IMUs, wobei mit der LASER-REF III, die auch in der vorangegangenen Untersuchung verwendet wurde, im Rahmen einer Kreuzungspunktanalyse Standardabweichungen von 1,6 mGal bei 5 km Auflösung erreicht wurden – nachdem je Fluglinie eine lineare Drift entfernt wurde.

Jekeli et al. (1999) nutzen die Möglichkeiten der Strapdown-IMUs erstmals, um unter Verwendung der Daten von Wei et al. (1998) Vektorgravimetrie zu betreiben. Während bei der vertikalen Komponente eine Genauigkeit von etwa 4 mGal erreicht wurde, ließen sich die Abweichungen bei den horizontalen Komponenten auf ungefähr 7 mGal beziffern. Trotz der etwas schlechteren Ergebnisse konnte gezeigt werden, dass Vektorgravimetrie mit körperfesten IMUs grundsätzlich möglich ist.

Auch Bruton (2000) nutzte die Daten von Wei et al. (1998) und konnte die Genauigkeit der vertikalen Komponente auf etwa 1,5 mGal bei 2 km Auflösung steigern. Alle bisher genannten Gruppen verwendeten die Direkte Methode der Fluggravimetrie.

Mit Beginn des neuen Jahrtausends führten Glennie et al. (2000) erstmals einen direkten Vergleich zwischen horizontal stabilisiertem Gravimeter und körperfester IMU durch. Dabei konnte gezeigt werden, dass beide Messsysteme auf einem ähnlichen Genauigkeitsniveau operieren.

Kwon et al. (2001) zeigten Möglichkeiten, die Schwerestörung innerhalb eines Kalman-Filters zu schätzen, was der Grundidee der Indirekten Methode entspricht. Obwohl sie dieses Vorgehen selbst verwarfen, wurde die Indirekte Methode in den folgenden Jahren häufiger verwendet.

In den folgenden fünfzehn Jahren kam es kaum zu grundlegenden Neuerungen in der Fluggravimetrie. Auch ein Durchbruch bezüglich der erreichten Genauigkeiten blieb aus. Bei einigen Messkampagnen wurde auf klassische Gravimeter gesetzt. So erzielte beispielsweise Hwang et al. (2006) bei Testflügen bei Taiwan mit einem LaCoste-Romberg-Gravimeter eine äußere Genauigkeit von etwa 2,1 mGal bei einer Filterlänge von 300 s nach Abwärtsprozessierung und Vergleich mit externen Daten.

Gruppen, die sich mit der Strapdown-Fluggravimetrie beschäftigten, verwendeten häufig die Indirekte Methode. Bei einer Messkampagne über Madeira von Ayres-Sampaio et al. (2015) wurden z.B. innere Genauigkeiten von mehr als 2 mGal (bei 1,7 km Auflösung) im Rahmen einer Kreuzungspunktjustierung und von 1,5 mGal (bei 7 km Auflösung) bei wiederholten Fluglinien angegeben. Bei der Beurteilung der äußeren Genauigkeit über einen Vergleich mit langwelligen und topografiebedingten Anteilen ergaben sich Abweichungen von etwa 3 mGal.

Noch immer liegt der größte Schwachpunkt der Strapdown-Fluggravimetrie in den starken Driften der IMUs. Bisher ließen sich nur über eine Kreuzungspunktjustierung Ergebnisse erzielen, die mit denen der horizontal stabilisierten Gravimeter vergleichbar sind. Im Rahmen einer Dissertation von Becker (2016) wurden einige Kalibrierungsmethoden für IMUs zur Verwendung bei der Fluggravimetrie vorgestellt und getestet. Dabei konnte er zeigen, dass mit einer geeigneten Kalibrierung der IMU selbst ohne Kreuzungspunktjustierung Standardabweichungen der mittels Strapdown-Fluggravimetrie ermittelten Schwerestörung im Bereich von 1 mGal möglich sind. Mit Kreuzungspunktjustierung (bei einer ausreichenden Anzahl an Kreuzungspunkten) werden Genauigkeiten im Sub-mGal-Bereich erreicht. Es zeigte sich, dass eine Temperaturkalibrierung der IMU zu deutlich verbesserten Ergebnissen führt. Die über (nicht-justierte) Kreuzungspunktanalyse ermittelte Standardabweichung der Einzelwerte verbesserte sich durch die Temperaturkalibrierung von etwa 2,5 auf 1,0 mGal.

Während die meisten Autoren zur Bestimmung der kinematischen Beschleunigung auf DGNSS setzen, erzielte Becker (2016) bei Nutzung von PPP-Daten im direkten Vergleich gleichwertige Ergebnisse wie mit DGNSS. Dieses Ergebnis wird auch in Zhang et al. (2017) bestätigt: Mit einem horizontal stabilisierten Gravimeter wird bei der Kreuzungspunktanalyse ohne Justierung eine Standardabweichung bei DGNSS-Prozessierung von etwa 1,3 mGal erreicht. Mit PPP verschlechtert sich die Genauigkeit lediglich um 0,1 mGal. Ob dieser Unterschied statistisch belastbar ist, könnte bei weiteren Testflügen überprüft werden.

Neben DGNSS und PPP stellten Zhang et al. (2017) eine weitere GNSS-Prozessierungsmethode namens MKin-VADASE („Modified Kinematic Variometric Approach for Displacements Analysis Stand-alone Engine“) vor, die wie PPP ohne Referenzstation auskommt und einen geringeren Implementierungsaufwand verspricht. Mit MKin-VADASE erreichten Zhang et al. (2017) eine Genauigkeit, die mit derjenigen der DGNSS-Prozessierung nahezu identisch ist.

5.2. Ziele der Thesis

Im Rahmen dieser Thesis wird die Direkte Methode der Strapdown-Fluggravimetrie implementiert und evaluiert. Dabei wird die innere Genauigkeit der Ergebnisse im Rahmen einer Kreuzungspunktanalyse untersucht. Zudem werden die erhaltenen Ergebnisse den Resultaten der Implementierung der Indirekten Methode von Becker (2016) gegenübergestellt. Dabei werden – soweit dem Autor bekannt – erstmals direkt die Ergebnisse von Direkter und Indirekter Methode für dieselben Flugdaten verglichen.

Zur Realisierung der Implementierung wird teilweise auf bereits vorhandene Software zurückgegriffen. Die GNSS-Prozessierung zur Positionsbestimmung sowie die Integration von GNSS und IMU zur Bestimmung der Orientierung erfolgen mit der kommerziellen Software Waypoint Inertial Explorer 8.60. Es werden einheitliche Ausgabedateien erzeugt, die anschließend mit einem selbst implementierten MATLAB®-Programm ausgewertet werden.

Das MATLAB-Programm soll Optionen zur Aktivierung oder Deaktivierung bestimmter Korrekturen und zum Test verschiedener Implementationsarten enthalten. Insbesondere sollen verschiedene Arten von Tiefpassfiltern mit unterschiedlichen Filterparametern (z.B. Filterlänge) getestet werden, um eine möglichst optimale Filterung für die Fluggravimetrie zu identifizieren.

Mit der Implementation sollen sowohl die vertikale Schwerestörung als auch horizontale Komponenten bestimmbar sein. Damit können auch die Lotabweichungen geschätzt werden.

Zur Transformation vom körperfesten in das Navigationskoordinatensystem sollen sowohl die mittels Waypoint bestimmten Orientierungen als auch die von Becker (2016) bei Implementierung der Indirekten Methode erhaltenen Orientierungen verwendet werden können. Die erhaltenen Ergebnisse der Schwerestörung sollen in einheitlichen Ausgabeformaten exportierbar sein.

Zur Evaluierung der Genauigkeit dienen zum einen eine Kreuzungspunktanalyse mit der Möglichkeit der Kreuzungspunktjustierung und zum anderen der direkte Vergleich der Ergebnisse mit den Daten, die mittels Indirekter Methode erhalten wurden.

Als Datengrundlage dienen die in Becker (2016) untersuchten Messkampagnen Malaysia 2014 und Mosambik/Malawi 2015.

Schließlich soll evaluiert werden, ob die Direkte Methode bezüglich der erreichbaren Genauigkeit mit der Indirekten Methode konkurrieren kann. Zudem wird der Implementierungsaufwand verglichen. Es wird aufgezeigt, an welchen Stellen Verbesserungspotenzial zur Optimierung der Ergebnisse vorhanden sein könnte.

6. Implementierung der Direkten Methode

Die Ausführung der Direkten Methode erfolgt im Rahmen dieser Thesis in zwei getrennten Schritten:

1. Zuerst werden mit der kommerziellen Software Waypoint Inertial Explorer 8.60 von Novatel GNSS-Lösungen und Orientierungen für jeden Flug bestimmt (Abschnitt 6.1).
2. Anschließend erfolgt die eigentliche Prozessierung der Direkten Methode mittels eines selbst implementierten MATLAB-Programms. Der hierfür grundlegende Algorithmus wird in Abschnitt 6.2 vorgestellt. Eine Erläuterung der verwendeten MATLAB-Filterfunktionen erfolgt in Abschnitt 6.3. Welche Korrekturen bei der Direkten Methode anzubringen und wie diese zu implementieren sind, wird in Abschnitt 6.4 gezeigt. Die mit MATLAB realisierte Umsetzung wird in Kapitel 7 vorgestellt.

6.1. Vorprozessierung der Rohdaten

Die Vorverarbeitung der rohen Messdaten erfolgt mit Waypoint Inertial Explorer 8.60 (vgl. Abbildung 6.1). Die Vorgehensweise lässt sich dabei in die beiden Schritte GNSS-Prozessierung und Integration von GNSS und IMU unterteilen.

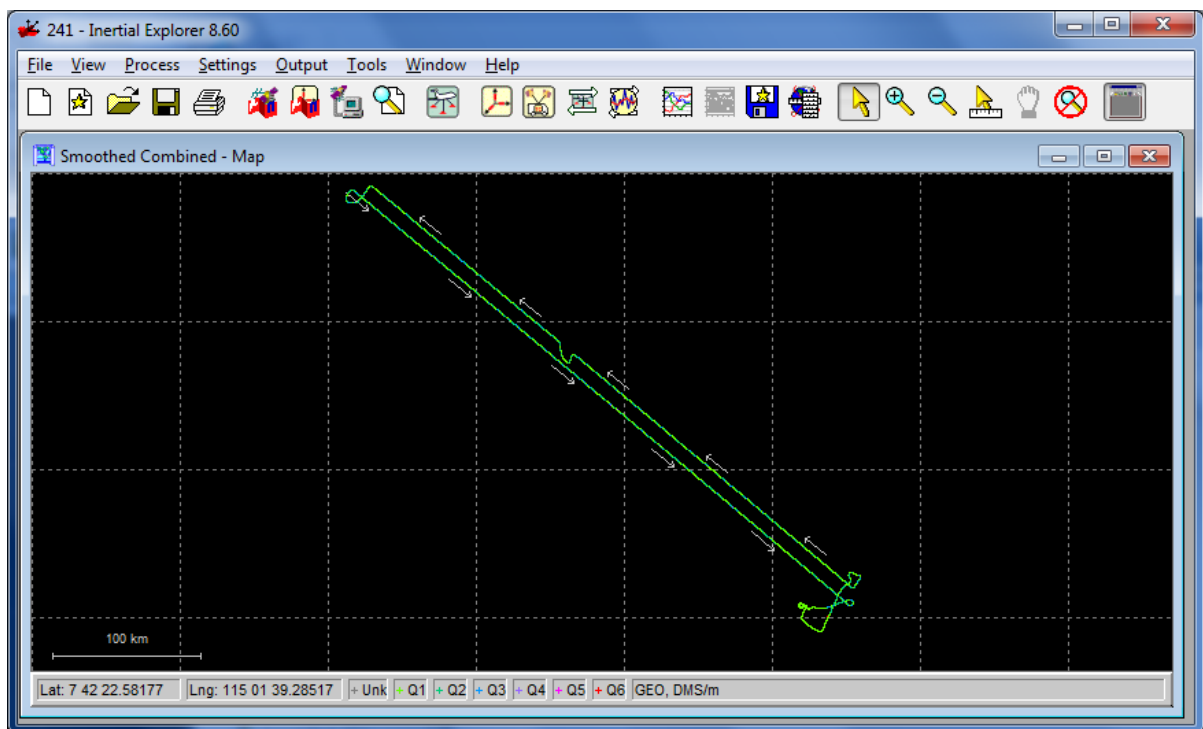


Abbildung 6.1: Grafische Benutzeroberfläche von Waypoint Inertial Explorer mit integrierter Lösung für Flug 241 von Malaysia 2014

6.1.1. Bestimmung der GNSS-Lösungen

Zur GNSS-Prozessierung erwartet das Programm Inertial Explorer Rohdaten im proprietären GPB-Format. Werden vom GNSS-Empfänger andere Dateiformate ausgegeben, können diese mithilfe des Waypoint-Programms „Convert Raw GNSS data to GPB“ konvertiert werden. Im Falle der vorliegenden Messkampagnen liegen GNSS-Daten im JPS-Format vor, wie es von Javad-Empfängern ausgegeben wird.

Nachdem die GPB-Dateien des GNSS-Empfängers im Flugzeug in den Inertial Explorer importiert worden sind, kann die GNSS-Prozessierung in Form von PPP ausgelöst werden. Dabei ist auszuwählen, ob die Prozessierung ausschließlich einmal vorwärts oder rückwärts, in beide Richtungen oder sogar mehrfach wiederholt werden soll („Multi-Pass“). In der Regel verspricht die mehrfache Wiederholung die besten Ergebnisse. Bei auftretenden größeren Fehlern (z.B. durch Mehrwegeeffekte) zu Beginn oder gegen Ende der Messung kann in Einzelfällen auch eine alleinige Vorwärts- oder Rückwärtsprozessierung die genauesten Ergebnisse liefern.

Liegen die GPB-Daten für (mindestens) eine feste Referenzstation am Boden vor, kann statt mittels PPP die Prozessierung alternativ über DGNSS erfolgen. Die Prozessierungsrichtung ist analog zu PPP auswählbar.

Zum Export der bei der Prozessierung erhaltenen Positionen und Geschwindigkeiten kann ein Profil für Ausgabedateien erstellt werden, bei dem die zu exportierenden Parameter mit Einheit und Anzahl der Nachkommastellen festgelegt werden. Um Speicherplatz sinnvoll auszunutzen, ist die Anzahl der Nachkommastellen zu begrenzen. Es sollen jedoch zwingend alle zur Berechnung signifikanten Stellen plus eine oder zwei Stellen als Puffer ausgegeben werden. Im Rahmen der Auswertung für diese Thesis werden bei der GNSS-Prozessierung die folgenden Parameter exportiert:

- Zeit in Form korrigierter GPS-Wochensekunden [s]
- Ellipsoidische Länge und Breite [Dezimalgrad]
- Ellipsoidische Höhe [m]
- Geschwindigkeit in Ost-, Nord- und Aufwärtsrichtung (ENU) [m/s]
- Standardabweichungen der Position in ENU [m]
- Standardabweichungen der Geschwindigkeiten in ENU [m/s]
- Kombinierte Standardabweichung der Position [m]
- PDOP und VDOP zur Beurteilung der vorliegenden Satellitenkonstellation

Die Ausgabedatei enthält einen Header, in dem der Projektname, die Programmversion, das Dateiprofil, die Datenquelle (z.B. PPP kombiniert) und das geodätische Datum (z.B. WGS84) benannt werden. Außerdem werden im Header die exportierten Parameter mit deren Einheiten und einer Kurzbeschreibung angegeben. Nach dem Header sind die eigentlichen Daten in tabellarischer Form aufgelistet. Jede Zeile entspricht dabei einer Epoche.

Die hierbei erhaltenen Ergebnisse basieren allein auf der GNSS-Prozessierung und werden somit nicht durch die IMU Daten beeinflusst. Daher können sie verwendet werden, um unverfälschte kinematische Beschleunigungen zu ermitteln.

6.1.2. Bestimmung der Orientierungen

Aus den GNSS-Positionslösungen einer einzelnen Antenne können die Orientierungen des körperfesten Systems bezüglich des Navigationskoordinatensystems nicht bestimmt werden. Lediglich der Azimut könnte hiermit unter Umständen abgeschätzt werden, sofern kein Seitenwind vorhanden ist. Um ausreichend genaue Orientierungen erhalten zu können, sind die Daten der IMU heranzuziehen. Bias und Driften können durch die integrierte Auswertung von GNSS-Lösungen und IMU größtenteils eliminiert werden. Eine solche Integration nach Abschnitt 3.2.3 lässt sich mit Inertial Explorer durchführen.

Auch die IMU-Daten werden von Inertial Explorer in einem proprietären Format, dem IMR-Format erwartet. Die Messungen der IMU liegen im Rahmen der Thesis im DAT-Format vor. Zur Konvertierung stellt Waypoint das „Waypoint IMU Data Conversion“-Werkzeug bereit.

Die GNSS-/IMU-Integration kann lose oder eng gekoppelt erfolgen. Wie bereits erwähnt verspricht die eng gekoppelte Integration bei der Fluggravimetrie keine signifikanten Vorteile, weshalb auf die lose gekoppelte Integration unter Verwendung der bereits bestehenden GNSS-Lösungen zurückgegriffen wird.

Dabei sind zahlreiche Einstellungen wählbar (vgl. Abbildung 6.2). Auf die wichtigsten wird kurz eingegangen: Sofern vorhanden, kann zwischen PPP- und DGNSS-Lösungen als GNSS-Datengrundlage gewählt werden. Bezüglich der Prozessierungsrichtung kann hier zwischen alleiniger Vorwärts- bzw. Rückwärtsrichtung oder einer Auswertung in beide Richtungen unterschieden werden. Auch hier sollte die Auswertung in beide Richtungen in der Regel zu den besten Ergebnissen führen. Zur Prozessierung ist ein zur verwendeten IMU passendes Profil auszuwählen.

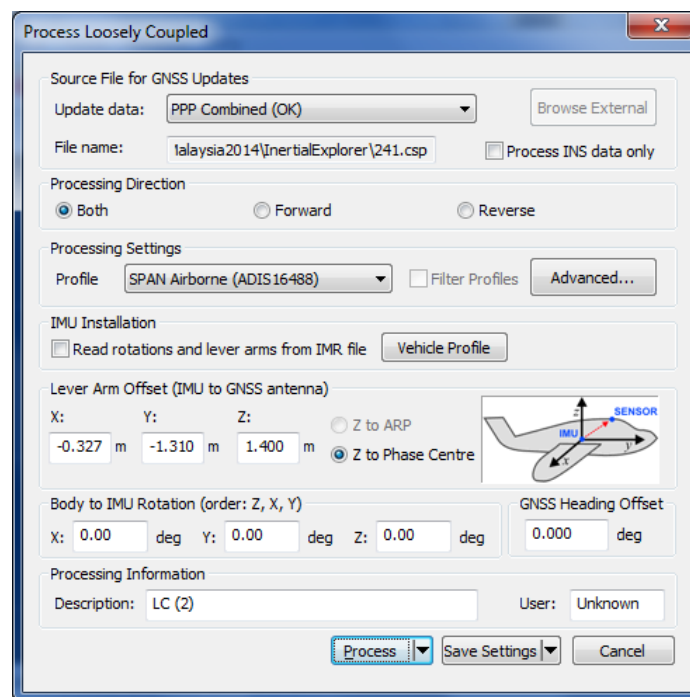


Abbildung 6.2: Menü des Inertial Explorers zur lose gekoppelten GNSS-/IMU-Integration

Das Alignment, der Prozess der Initialisierung der IMU zu Beginn und am Ende der Datenreihe, kann auf verschiedene Weisen erfolgen. Im Wesentlichen wird dabei zwischen statischen und kinematischen Methoden unterschieden. Bei einem kinematischen Alignment, einem Alignment in Bewegung, werden in der Regel nicht die Genauigkeiten eines statischen Alignments erreichbar sein. Durch Auswahl der Option „automatisches Alignment“ sollte das Programm automatisch den Zeitraum erkennen, in dem ein Zero-Velocity-Update möglich ist. Bei Problemen mit dem Alignment können dessen Dauer und Art (statisch oder kinematisch) auch manuell gesetzt werden. Bei bekannter Anfangsorientierung könnte diese direkt eingegeben werden (NovAtel, 2014). Im Rahmen dieser Thesis wird, sofern keine Probleme bei der Prozessierung auftreten, die Option „automatisches Alignment“ ausgewählt.

Bei der GNSS-/IMU-Integration ist der Abstand (Hebelarm) zwischen IMU und GNSS zu beachten. Da die Auswertung im Wesentlichen auf der IMU aufbaut, soll sie Ausgangspunkt des körperfesten Koordinatensystems sein. Zur Integration sind im Inertial Explorer die Koordinaten des GNSS-Phasenzentrums im körperfesten Rechts-Vorne-Oben-Koordinatensystem (RFU) anzugeben. Hierzu müssen diese Koordinaten durch (z.B. photogrammetrische) Messungen im Flugzeug zuvor bestimmt worden sein.

Auch für die Ausgabedatei der GNSS-/IMU-Integration wird ein Profil erstellt. Im Rahmen dieser Thesis entsprechen die dabei ausgegebenen Parameter im Wesentlichen denen der Ausgabedatei der GNSS-Prozessierung (vgl. Abschnitt 6.1.1). Nur auf die Angabe der kombinierten Standardabweichung der Position sowie PDOP und VDOP wird verzichtet. Stattdessen werden die Orientierungen und deren Standardabweichungen in Form der Eulerwinkel Roll- ϕ , Nick- θ und Gierwinkel ψ (Roll, Pitch, Yaw/Heading) hinzugefügt:

- Roll-, Nick- und Gierwinkel [Dezimalgrad]
- Standardabweichung der Orientierungswinkel [Dezimalgrad]

Die Winkel sind dabei im Sinne eines rechtshändigen, körperfesten Vorne-Rechts-Unten-Koordinatensystems (FRD) gegeben, bei dem positive Winkel gegen den Uhrzeigersinn drehen (vgl. Abbildung 6.3).

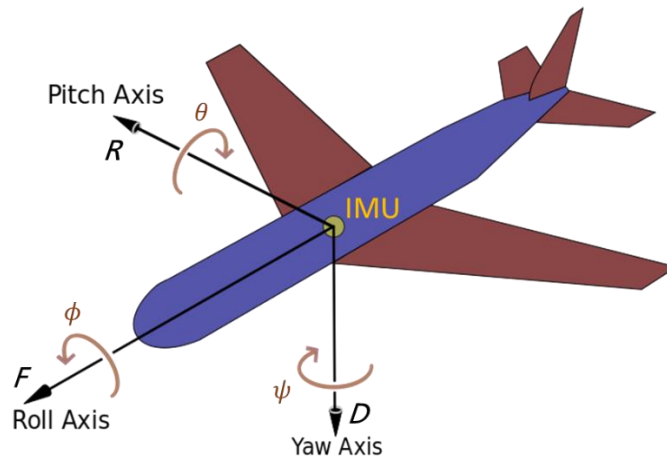


Abbildung 6.3: Definition der Orientierungswinkel beim körperfesten FRD-System (aus Wikipedia, bearbeitet)

6.2. Grundlegender Algorithmus

Der Ablauf der Prozessierung orientiert sich an Abbildung 4.3 und wird nun detailliert erläutert.

6.2.1. Datenimport

Im Rahmen der Vorprozessierung (vgl. Abschnitt 6.1) wurden bereits mittels GNSS-Prozessierung die Position \mathbf{r} und die Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{r}}$ des Flugzeugs erhalten. Über die Integration von GNSS und IMU wurden die Eulerwinkel Roll- ϕ , Nick- θ und Gierwinkel ψ , die die Orientierung des körperfesten Koordinatensystems bezüglich des Navigationskoordinatensystems beschreiben, erhalten.

Neben dem Import der beschriebenen beiden Standarddateien der Vorprozessierung sind Daten über den Start- und Landeflugplatz und dessen Referenzschwere einzulesen. Darin können auch Zeitstempel enthalten sein, die die Epochen von Beginn und Ende der Bewegung definieren.

Zur Veranschaulichung der einzelnen Prozessierungsschritte werden einige Parameter an den entsprechenden Stellen visualisiert. Es werden beispielhaft Ergebnisse des Flugs 241 der Messkampagne Malaysia 2014 gezeigt. Die Ausgaben wurden automatisch mit dem in Kapitel 7 beschriebenen MATLAB-Programm erzeugt.

In Abbildung 6.4 ist die Trajektorie von Flug 241 gezeigt. Es handelt sich um einen in Kota Kinabalu an der Nordwestküste Borneos startenden und endenden Flug, der zu großen Teilen geradlinig über 400 km in nordwestliche Richtung und anschließend wieder zurück verläuft. Die Flugzeit beträgt knapp 4 Stunden. Nach knapp anderthalb Stunden weicht der Flugverlauf kurzzeitig von der geraden Fluglinie ab.

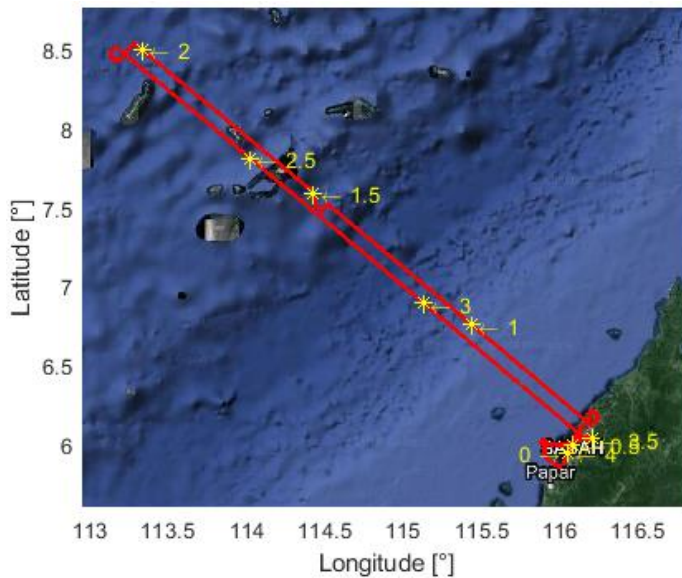


Abbildung 6.4: PPP-Trajektorie von Flug 241
(gelbe Punkte: Stunden seit Beginn des Fluges)

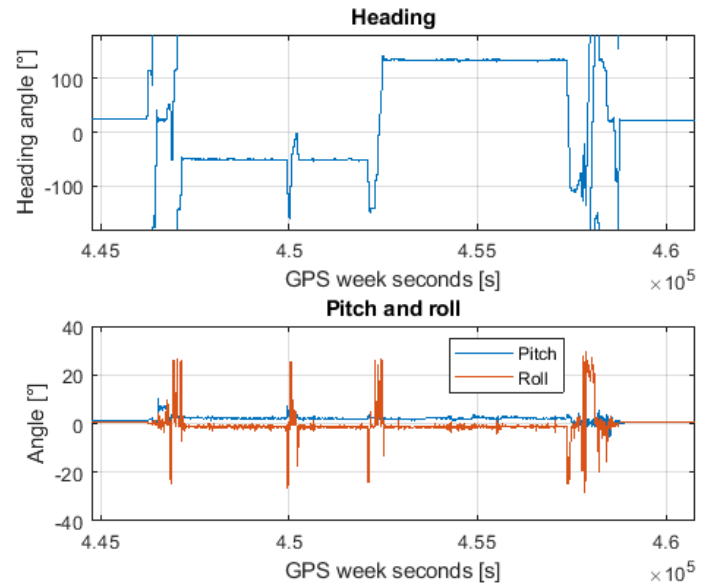


Abbildung 6.5: Mittels GNSS-/IMU-Integration erhaltene Eulerwinkel der Orientierung von Flug 241

Abbildung 6.5 zeigt die über GNSS-/IMU-Integration erhaltenen Eulerwinkel. Anhand des Gierwinkels (Heading) zeigt sich, dass der Kurs des Fluges zunächst etwa -51° (nordwestliche Richtung) und später etwa $+133^\circ$ (südöstliche Richtung) beträgt. Der Rollwinkel (Roll) zeigt erwartungsgemäß besonders in den Kurven größere Ausschläge. Anhand des Nickwinkels (Pitch) wird deutlich, dass die Front des Flugzeugs während des Fluges leicht nach oben geneigt ist. Zudem erscheint die Auslenkung am Start nach oben und beim Landeanflug nach unten plausibel.

6.2.2. Numerische Differenziation GNSS

Der erste Berechnungsschritt besteht in der *numerischen Differenziation der GNSS-Daten*, wobei die in Abschnitt 3.2.4 beschriebenen Verfahren angewendet werden. Dabei kann entweder eine zweimalige Ableitung der GNSS-Positionen \mathbf{r} nach der Zeit t oder eine einmalige Differenziation der GNSS-Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{r}}$ zur Bestimmung der GNSS-Beschleunigungen $\ddot{\mathbf{r}}$ verwendet werden:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{\delta \dot{\mathbf{r}}}{\delta t} = \frac{\delta^2 \mathbf{r}}{\delta t^2} \quad (6.1)$$

Es ist zu beachten, dass Positionen und Geschwindigkeiten in verschiedenen Einheiten vorliegen. Falls die ellipsoidische Position zur Differenziation verwendet wird, ist demnach eine Transformation von Dezimalgrad in m/s nötig. Dazu müssen die Krümmungsradien der Erde bei der entsprechenden Position berechnet werden. Diese wiederum sind von Eigenschaften des Bezugsellipsoids GRS80 im Erdmodell

WGS84 abhängig. Dessen große Halbachse hat eine Länge von $a = 6.378.137,0$ m (Moritz, 1980), die kleine Halbachse ist $b = 6.356.752,3142$ m lang. Als Abflachung f ergibt sich (Wendel, 2011):

$$f = \frac{a - b}{a} = \frac{1}{298,257223563} \quad (6.2)$$

Die Exzentrizität e des Ellipsoids bestimmt sich damit wie folgt:

$$e = \sqrt{f(2 - f)} = 0,0818191908426 \quad (6.3)$$

Damit lassen sich der Meridiankrümmungsradius R_n (Nord-Süd-Krümmungsradius) und der Querkümmungsradius R_e (Ost-West-Krümmungsradius) berechnen, die beide aufgrund der Symmetrie des Rotationsellipsoids nur von der ellipsoidischen Breite ϕ abhängig sind (Wendel, 2011):

$$R_n = a \cdot \frac{1 - e^2}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2(\phi))^3}}, \quad R_e = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\phi)}} \quad (6.4)$$

Mithilfe der zu den Krümmungsradien addierten ellipsoidischen Höhe h lässt sich nun der Geschwindigkeitsvektor $\dot{\mathbf{r}}^n$ im NED-Navigationskoordinatensystem bestimmen. Die Nordkomponente \dot{r}_N ergibt sich aus der ellipsoidischen Geschwindigkeit $\dot{\phi}$ der Breite und die Ostkomponente aus der ellipsoidischen Geschwindigkeit $\dot{\lambda}$ der Länge. Die Ostkomponente \dot{r}_E ist zusätzlich breitenabhängig, da die Längengrade mit zunehmender Breite dichter beieinanderliegen. Die vertikale Abwärtskomponente \dot{r}_D ergibt sich als negative zeitliche Ableitung \dot{h} der ellipsoidischen Höhe h (Hwang, et al., 2006):

$$\dot{\mathbf{r}}^n = \begin{pmatrix} \dot{r}_N \\ \dot{r}_E \\ \dot{r}_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (R_n + h) \cdot \dot{\phi} \\ (R_e + h) \cdot \cos(\phi) \cdot \dot{\lambda} \\ -\dot{h} \end{pmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{r}}^n = \begin{pmatrix} \ddot{r}_N \\ \ddot{r}_E \\ \ddot{r}_D \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

Bei Verwendung der mittels GNSS-Prozessierung erhaltenen Geschwindigkeiten ist keine solche Transformation nötig. Die bei (nochmaliger) Differenziation erhaltene Beschleunigung $\ddot{\mathbf{r}}^n$ entspricht der kinematischen Beschleunigung im Navigationskoordinatensystem.

Bezüglich der numerischen Differenziation ist zu beachten, dass die Epochen der Eingangsdaten bei manchen Differenziationsmethoden nicht mit denen der Ergebnisse übereinstimmen (vgl. Abschnitt 3.2.4). Wird eine Differenziation mittels 1. Differenzenquotienten durchgeführt, liegen die neuen Epochen genau mittig zwischen den einzelnen bisherigen Epochen. Somit enthält die Zeitreihe der Ableitung eine Epoche weniger als die Eingangszeitreihe. Werden die erhaltenen Ergebnisse anschließend in gleicher Weise numerisch differenziert, ergeben sich wieder die Epochen der Eingangsdaten, wobei die erste und letzte Epoche fehlen.

Zur Weiterverarbeitung sind der kinematischen Beschleunigung daher die entsprechenden Epochen zuzuordnen. Zur Lokalisierung der Ergebnisse ist den GNSS-Beschleunigungen auch eine Position zuzuordnen. Diese kann durch Interpolation der GNSS-Positionen zu den originären GNSS-Positionsepochen auf die GNSS-Beschleunigungsepochen ermittelt werden. Wird von den Geschwindigkeiten ausgegangen, erfolgt die Bestimmung analog.

Ergebnisse der zweifachen numerischen Differenziation mit dem 1. Differenzenquotienten sind für Flug 241 in Abbildung 6.6 dargestellt.

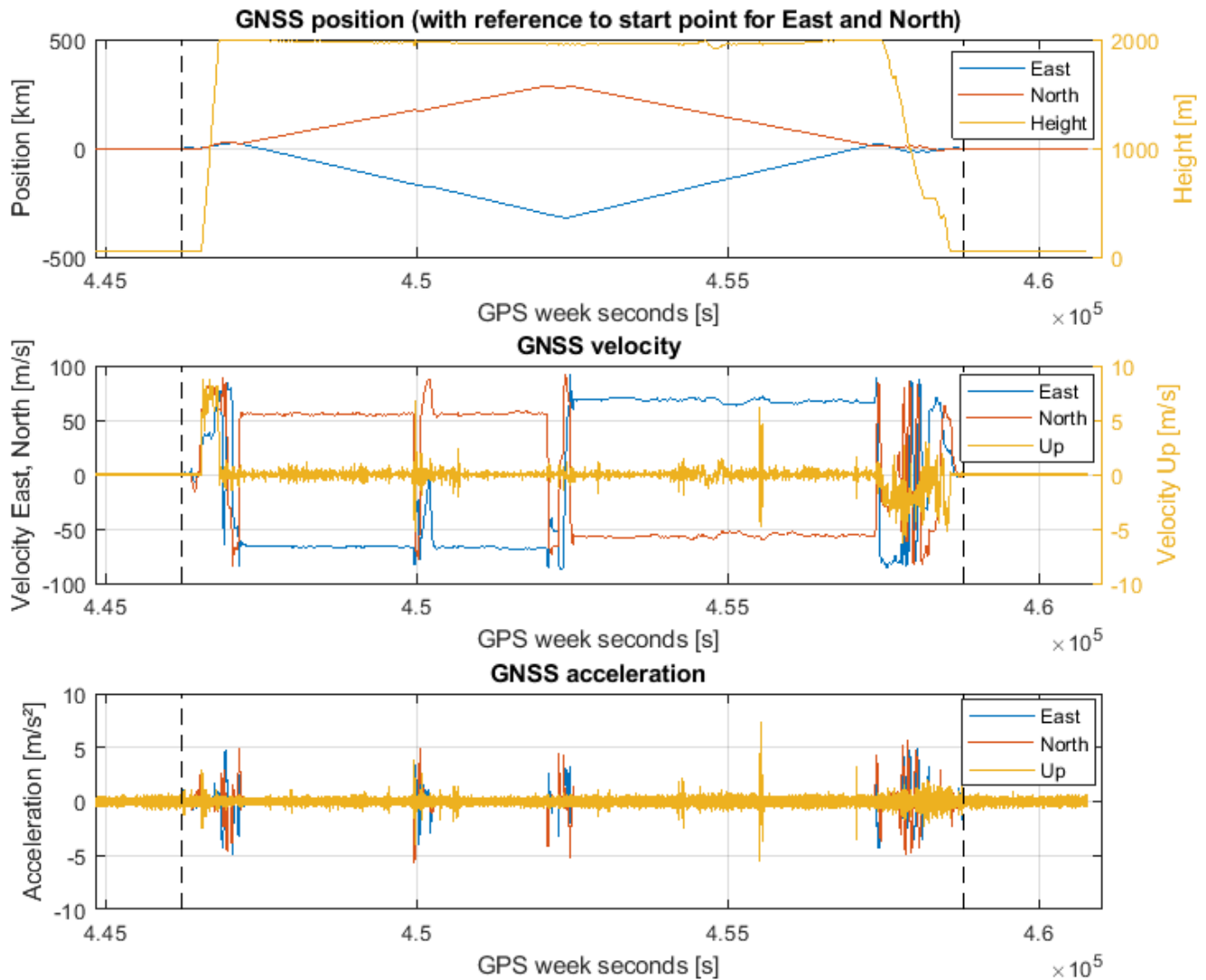


Abbildung 6.6: GNSS-Positionsdaten (oben) und deren numerisch mit dem 1. Differenzenquotienten bestimmte erste Ableitung (Geschwindigkeit, Mitte) und zweite Ableitung (kinematische Beschleunigung, unten) (gestrichelte vertikale Linien: Anfangs- und Endepochen der Bewegung)

In der oberen Darstellung der aus der GNSS-Prozessierung erhaltenen GNSS-Positionen zeigt sich der Verlauf des Fluges in nordwestliche Richtung und zurück. Die Darstellung bezieht sich auf ein lokales Koordinatensystem mit Ursprung im Ausgangspunkt am Flugplatz. Die Achsrichtungen zeigen nach Osten, Norden und vertikal in die Höhe. Beginn und Ende der Bewegung ist durch schwarz gestrichelte vertikale Linien verdeutlicht. Sobald die Zielhöhe erreicht ist, bewegt sich das Flugzeug in einer ellipsoideischen Höhe zwischen 1900 und 2000 m.

In der mittleren Darstellung sind die Ergebnisse der ersten numerischen Differenzierung mittels 1. Differenzenquotienten visualisiert. Die Geschwindigkeiten erscheinen beim Vergleich mit den Positionen plausibel. In der vertikalen Komponente sind die Zeiträume der Höhenzunahme nach dem Start und des Landeanflugs gut zu erkennen. Die Daten zeigen einen weniger glatten Verlauf, besonders in der vertikalen Komponente sowie bei Start und Landung. Einerseits spricht die Tatsache, dass das Geschwindigkeitssignal in Ruhe am Flugplatz deutlich glatter verläuft, dafür, dass die Streuung des Signals in erster Linie auf tatsächlichen Geschwindigkeitsänderungen während des Fluges beruht, die beispielsweise

durch Turbulenzen verursacht sein können. Andererseits sinkt die Genauigkeit der GNSS-Positionierung in Bewegung, was auf ein erhöhtes Messrauschen während des Fluges schließen lässt.

Unten ist die erhaltene GNSS-Beschleunigung dargestellt. Die horizontalen Komponenten zeigen erwartungsgemäß die größten Ausschläge im Bereich des Kurvenfluges. Die Beschleunigungen zeigen keine glatten Verläufe – sowohl in Ruhe als auch während des Fluges. Dies deutet auf starke hochfrequente Anteile im auszuwertenden Signal hin. In der vertikalen Komponente ist die Streuung am größten, was neben tatsächlich vorliegenden vertikalen Beschleunigungen zumindest teilweise auf die geringere Genauigkeit der vertikalen Positionskomponente bei GNSS im Vergleich zu den horizontalen Komponenten zurückzuführen sein kann.

6.2.3. Bestimmung der Rotationsmatrizen

Die Angabe der Orientierung kann in verschiedenen Darstellungen erfolgen. Die gebräuchlichsten Formen sind Eulerwinkel, Rotationsmatrizen oder Quaternionen. Bei der Vorprozessierung der Rohdaten wird die Orientierung in Abschnitt 6.1.2 in Form der Eulerwinkel Roll- ϕ , Nick- θ und Gierwinkel ψ erhalten, die die Orientierung des körperfesten Koordinatensystems bezüglich des Navigationskoordinatensystems beschreiben. Um mit den Eulerwinkeln die Orientierung korrekt bestimmen zu können, ist die Reihenfolge entscheidend, mit der sie angewendet werden müssen. Zur Nutzung der vorliegenden Eulerwinkel ist zunächst die Rotation mit Gier-, dann jene mit Nick- und zuletzt die Rotation mit Rollwinkel auszuführen.

Zur weiteren Prozessierung wird die Orientierung in Form einer Rotationsmatrix benötigt. Um eine Rotationsmatrix zu erhalten, die alle drei Einzelrotationen enthält, sind die drei Rotationsmatrizen der Einzelrotationen durch Matrixmultiplikation zu verknüpfen. Die Reihenfolge der Rotationen ist bei Matrixmultiplikationen von hinten nach vorne zu lesen. Nach obiger Definition der Eulerwinkel ergibt sich die Rotationsmatrix \mathbf{C}_n^b vom Navigations- in das körperfeste Koordinatensystem wie folgt (Groves, 2013):

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_n^b &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\theta) \cos(\psi) & \cos(\theta) \sin(\psi) & -\sin(\theta) \\ \sin(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) - \cos(\phi) \sin(\psi) & \cos(\phi) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) & \sin(\phi) \cos(\theta) \\ \sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) & \cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\phi) \cos(\psi) & \cos(\phi) \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (6.6) \end{aligned}$$

Die so erhaltene Matrix besitzt wie die Kombination der Eulerwinkel drei Freiheitsgrade und beschreibt die Rotation vom Navigations- in das körperfeste Koordinatensystem. Im weiteren Verlauf des Algorithmus wird jedoch die umgekehrte Rotation, also vom körperfesten in das Navigationskoordinatensystem benötigt. Die umgekehrte Rotationsmatrix \mathbf{C}_b^n kann als Inverse der Rotationsmatrix erhalten werden. Da es sich bei der Rotationsmatrix um eine orthogonale Matrix handelt, lässt sich die Inverse auch als Transponierte der Eingangsmatrix bestimmen. Da die Berechnung der Inversen numerisch anspruchsvoll ist, ist eine Bestimmung über eine Transposition zu bevorzugen:

$$\mathbf{C}_b^n = \mathbf{C}_n^{b^{-1}} = \mathbf{C}_n^{b^T} \quad (6.7)$$

Auch bei der Rotationsmatrix sind die unterschiedlichen Epochen der verschiedenen Datenquellen zu berücksichtigen. Vor der Bestimmung der Rotationsmatrix sind die Eulerwinkel auf die Epochen zu interpolieren, zu denen eine Rotation ins Navigationskoordinatensystem erforderlich ist. Dabei werden

zwei Fälle unterschieden: Soll die Filterung der IMU-Beschleunigungen im körperfesten Koordinatensystem erfolgen, werden Rotationsmatrizen zu allen GNSS-Beschleunigungs-Epochen benötigt und die Eulerwinkel sind somit auf diese Epochen zu interpolieren. Wenn die Filterung dagegen im Navigationskoordinatensystem erfolgen soll, wird eine Interpolation der Eulerwinkel auf alle IMU-Epochen erforderlich, was mehr Rechenleistung beansprucht, aber bessere Ergebnisse verspricht (vgl. Abschnitt 6.2.4).

6.2.4. IMU-Vorprozessierung

Die IMU-Beschleunigungsrohdaten lassen vor der Berechnung der Schwerestörung eine Vorprozessierung in drei Schritten erforderlich werden:

- Körperfeste IMUs liefern die spezifische Kraft f^b im körperfesten Koordinatensystem. Die Schwerestörung ist jedoch im Navigationskoordinatensystem gesucht. Daher wird eine *Transformation* der IMU-Daten vom körperfesten in das Navigationskoordinatensystem nötig. Weil die Ursprünge beider Koordinatensysteme identisch sind, ist die Ausführung folgender Rotation zur Bestimmung der spezifischen Kraft f^n im Navigationskoordinatensystem unter Verwendung der entsprechenden Rotationsmatrix C_b^n ausreichend:

$$f^n = C_b^n f^b \quad (6.8)$$

- Die IMU-Rohdaten sind stark verrauscht. Zudem weisen die Rohdaten zusätzliche Effekte auf. So weisen beispielsweise die rohen Front-Beschleunigungsdaten der verwendeten IMU in Abbildung 6.7 typische Sprünge zwischen drei verschiedenen Beschleunigungsniveaus (hier etwa 0,0 / 0,7 / 1,1 m/s²) auf, die nicht erklärt werden konnten. Würde hier direkt interpoliert werden, wären keine sinnvollen Ergebnisse für die Schwerestörung zu erwarten. Daher ist eine Glättung der Daten erforderlich. Die *Glättung* kann über ein einfaches gleitendes Mittel oder eine FIR-/IIR-Filterung (vgl. Abschnitt 6.3) erfolgen.
- Die Epochen der IMU-Beschleunigungen unterscheiden sich von den Epochen der mittels numerischer Differenziation erhaltenen GNSS-Beschleunigungen. Die IMU-Beschleunigungen sind daher auf die GNSS-Beschleunigungsepochen zu *interpolieren*.

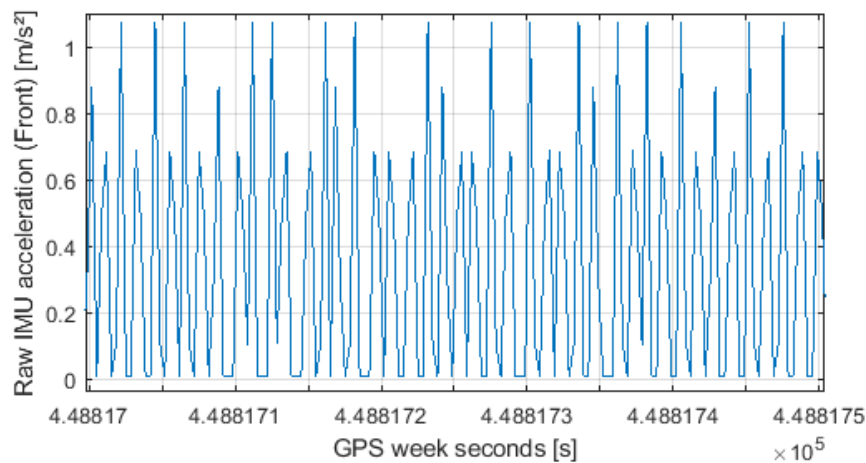


Abbildung 6.7: IMU-Rohbeschleunigungen nach vorne (Front) für einen Ausschnitt von 0,5 s Dauer des Fluges 241 im Bereich einer Fluglinie

Zur Festlegung der Reihenfolge der drei Vorverarbeitungsschritte werden im Rahmen dieser Thesis zwei verschiedene Varianten implementiert. Bei der *IMU-Glättung im Navigationskoordinatensystem* erfolgt zunächst die Transformation ins Navigationskoordinatensystem, dann die Glättung und zuletzt die Interpolation auf die GNSS-Beschleunigungsepochen. Dieses Verfahren lässt auf die größtmögliche Genauigkeit hoffen, da im Navigationskoordinatensystem ohne Orientierungsänderungen das Signal homogener verlaufen sollte als im körperfesten System.

Soll die *IMU-Glättung im körperfesten Koordinatensystem* erfolgen, beginnt die Vorverarbeitung mit der Glättung. Anschließend erfolgen die Interpolation und zuletzt die Transformation. Die Datenrate der GNSS-Beschleunigungen ist viel geringer als die Rate der IMU-Beschleunigungen. Dieses Verfahren bietet daher den Vorteil, dass die Anzahl der zu berechnenden Rotationsmatrizen stark abnimmt. Damit ist das Verfahren effizienter und schneller. Allerdings ist zu untersuchen, ob das Genauigkeitsniveau mit der Glättung im Navigationskoordinatensystem mithalten kann.

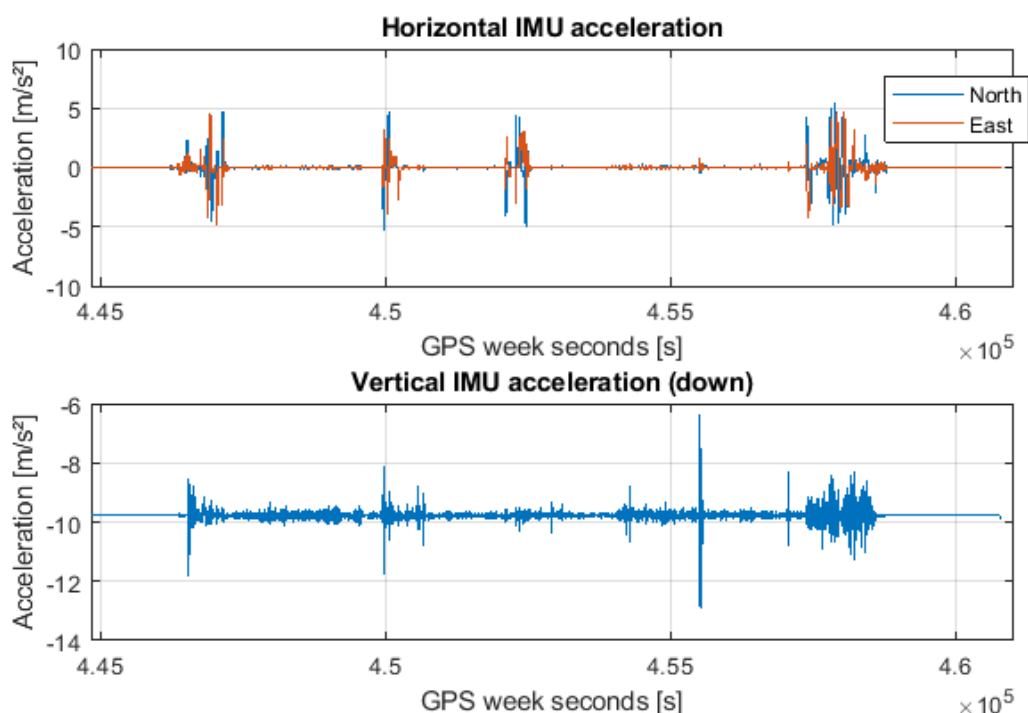


Abbildung 6.8: Geglättete IMU-Beschleunigungskomponenten im Navigationskoordinatensystem von Flug 241

In Abbildung 6.8 sind im Navigationskoordinatensystem geglättete IMU-Beschleunigungen visualisiert. Das Rauschniveau wurde deutlich reduziert. Unter Berücksichtigung der Orientierungen in Abbildung 6.5 wird deutlich, dass die horizontalen Beschleunigungen erwartungsgemäß in den Kurven des Fluges am größten sind.

Während die horizontalen Beschleunigungen um einen Wert nahe null schwanken, schwankt die vertikale Komponente betragsmäßig um einen Wert nahe der Schwerkerebeschleunigung bei etwa $9,8 \text{ m/s}^2$. Diese Komponente zeigt die größten Beschleunigungen beim Start und beim Landeanflug. Es ist zudem ein größerer Ausschlag auf dem geraden Rückflug (bei etwa $4,555 \cdot 10^5 \text{ s}$) vorhanden. Dies ist in erster Linie durch das Ausschalten des Autopilots während des Landeanflugs zu erklären. Zudem sind die Turbulenzen über Land in der Regel stärker.

6.2.5. Über GNSS-Lösungen bestimmbare Größen

Zur Bestimmung der Schwerestörung sind nach den Gleichungen (4.4) und (4.5) neben den bereits bestimmten Größen auch die Erddreh- und Transportrate sowie die Normalschwere erforderlich. Zur Berechnung dieser auf dem ellipsoidischen Erdmodell basierenden Größen werden Position und Geschwindigkeit des Flugzeugs benötigt. Diese Größen lassen sich aus den GNSS-Lösungen Position und Geschwindigkeit der GNSS-Prozessierung entnehmen (vgl. Abbildung 4.3). Als Geschwindigkeit kann auch die einfach numerisch differenzierte GNSS-Position verwendet werden.

Die drei Größen sind zu allen GNSS-Beschleunigungsepochen zu bestimmen.

Erddreh- und Transportrate

Die Rotationsgeschwindigkeit der Erde beträgt $\omega_{ie} = 7,292115 \cdot 10^{-5} \frac{1}{s}$ (Moritz, 1980). Bezogen auf das Navigationskoordinatensystem ergibt sich für die *Erddrehrate* ω_{ie}^n im Navigationskoordinatensystem eine von der ellipsoidischen Breite ϕ (bestimmt mittels GNSS) abhängige Drehung um die Nord- und die vertikale Achse (Groves, 2013):

$$\omega_{ie}^n = \omega_{ie} \begin{pmatrix} \cos(\phi) \\ 0 \\ -\sin(\phi) \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

Die *Transportrate* ω_{en}^n beschreibt die Drehung des Navigationskoordinatensystems bezüglich des erdfesten Systems in Navigationskoordinaten. Sie ist von den mittels GNSS bestimmten horizontalen Geschwindigkeitskomponenten \dot{r}_N, \dot{r}_E in Navigationskoordinaten, dem Meridian- und dem Querkrümmungsradius R_n, R_e sowie der ellipsoidischen Breite ϕ und Höhe h abhängig. Zu beachten ist, dass auch die Krümmungsradien nach Gleichung (6.4) breitenabhängig sind (Groves, 2013):

$$\omega_{en}^n = \begin{pmatrix} \frac{\dot{r}_E}{R_e + h} \\ -\frac{\dot{r}_N}{R_n + h} \\ -\frac{\dot{r}_E \tan(\phi)}{R_e + h} \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

Im weiteren Algorithmus werden die Erddreh- und Transportrate in Kreuzprodukten verwendet. Es besteht die numerisch effizientere Möglichkeit, einen Vektor \mathbf{a} in seine kreuzproduktbildende, schiefssymmetrische Matrix \mathbf{A} („skew-symmetric matrix“) umzuformen. Dadurch lässt sich die Kreuzproduktoperation durch eine Matrixmultiplikation ersetzen. Die Schreibweise soll anhand eines Beispiels verdeutlicht werden (Wendel, 2011). Gegeben seien zwei Vektoren \mathbf{a}, \mathbf{b} :

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

Die kreuzproduktbildende Matrix \mathbf{A} des Vektors \mathbf{a} ist wie folgt definiert:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a} \times] = \begin{pmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{pmatrix} \quad (6.12)$$

Das zu berechnende Kreuzprodukt lässt sich dann folgendermaßen über eine Matrixmultiplikation ausdrücken:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{b} \quad (6.13)$$

Als kreuzproduktbildenden Matrizen der Erddreh- und Transportrate ergeben sich damit:

$$\mathbf{\Omega}_{ie}^n = \omega_{ie} \begin{pmatrix} 0 & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & 0 & -\cos(\phi) \\ 0 & \cos(\phi) & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Omega}_{en}^n = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\dot{r}_E \tan(\phi)}{R_e + h} & -\frac{\dot{r}_N}{R_n + h} \\ -\frac{\dot{r}_E \tan(\phi)}{R_e + h} & 0 & -\frac{\dot{r}_E}{R_e + h} \\ \frac{\dot{r}_N}{R_n + h} & \frac{\dot{r}_E}{R_e + h} & 0 \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

Normalschwere

Näherungsformeln zur Bestimmung der skalaren Normalschwere γ wurden bereits mit den Gleichungen (2.3) und (2.4) angegeben. Die dabei benötigte ellipsoidische Breite und Höhe wird erneut der GNSS-Positionslösung entnommen.

Im Rahmen dieser Thesis wird die vereinfachende Annahme getroffen, die skalare Normalschwere sei gleich der Abwärtskomponente der vektoriellen Normalschwere $\boldsymbol{\gamma}^n$ in Navigationskoordinaten, die anderen beiden Komponenten seien null (Becker, 2016):

$$\boldsymbol{\gamma}^n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (6.15)$$

Für die Zwecke einer Qualitätsanalyse ist diese Definition der Normalschwere ausreichend. In dem Fall, dass die erhaltenen horizontalen Komponenten der Schwerestörung tatsächlich ermittelt und weiterverarbeitet werden sollen, ist eine genauere Bestimmung der Nordkomponente der Normalschwere zu prüfen. Die Ostkomponente ist aufgrund der Symmetrie des Normalschwerefelds in jedem Fall null.

6.2.6. Bestimmung der Schwerestörung

Die GNSS-Beschleunigungsepochen sind die Zeitpunkte, zu denen die Schwerestörung im Rahmen dieser Thesis bestimmt wird. Daher müssen die bisher bestimmten, zur Ermittlung der Schwerestörung erforderlichen Parameter alle zu den GNSS-Beschleunigungsepochen vorliegen.

Ist diese Voraussetzung erfüllt, lässt sich die vektorielle Schwerestörung $\delta \mathbf{g}$ auf Grundlage der Gleichungen (4.4) und (4.5) wie folgt bestimmen:

$$\delta \mathbf{g}^n = \ddot{\mathbf{r}}^n - \mathbf{f}^n + (2\mathbf{\Omega}_{ie}^n + \mathbf{\Omega}_{en}^n) \cdot \dot{\mathbf{r}}^n - \boldsymbol{\gamma}^n \quad (6.16)$$

Die erforderlichen Größen werden dabei über die Gleichungen (6.5), (6.8), (6.14) und (6.15) ermittelt. In Abbildung 6.9 wird die mit Gleichung (6.16) erhaltene Schwerestörung für Flug 241 dargestellt. Wie bei Beachtung der Skalierung der Schwerestörung unschwer zu erkennen ist, weisen die Ergebnisse ein starkes Rauschen auf. Wird eine Schwerestörung von etwa 100 mGal erwartet, ist das Rauschen der vertikalen Komponente etwa drei Größenordnungen höher. Das Rauschen der beiden horizontalen Komponenten fällt nur unwesentlich geringer aus.

Anhand der erhaltenen Ergebnisse wird klar, dass es unbedingt einer Tiefpassfilterung der Schwerestörung bedarf.

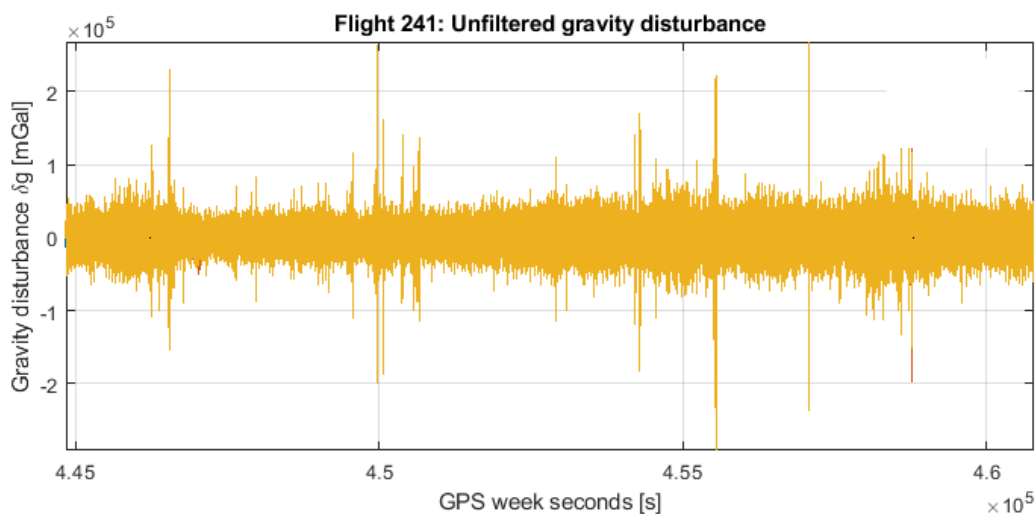


Abbildung 6.9: Erhaltene vertikale Schwerestörung für Flug 241, ungefiltert

6.3. Digitalfilter in MATLAB®

Zum Tiefpassfilterentwurf wird im Rahmen dieser Thesis die MATLAB-Funktion `designfilt` verwendet. Mit dieser lassen sich sowohl FIR- als auch IIR-Filter designen. Dabei kann wahlweise eine feste Filterordnung vorgegeben werden oder es wird mit entsprechend mehr Parametern des Stempel-Matrizen-Schemas (vgl. Abschnitt 3.3) ein Filter minimaler Ordnung designt. FIR-Filter können entweder mit der Optimal- oder der Fenstermethode erstellt werden (vgl. Abschnitt 3.3.1). Zur Erstellung von IIR-Filtern stehen die vier Approximationsarten Butterworth, Tschebyscheff I, Tschebyscheff II und Cauer bereit (vgl. Abschnitt 3.3.2 mit Tabelle 3.1) (MathWorks, 2017). Dabei wird die Bilineare Transformation als Entwurfsmethode genutzt. Insgesamt stehen 12 Entwurfsmethoden für Tiefpassfilter zur Verfügung.

Je nach Entwurfsmethode werden zur Ausführung der Funktion `designfilt` bestimmte Eingabeparameter benötigt. Welche Entwurfsmethoden zur Verfügung stehen und welche Parameter jeweils zum Filterdesign benötigt werden, wird in Abbildung 6.10 veranschaulicht. Die meisten Parameter sind bereits aus dem Stempel-Matrizen-Schema bekannt. Manche liegen in leicht abgewandelter Form vor oder sind zusätzliche Parameter.

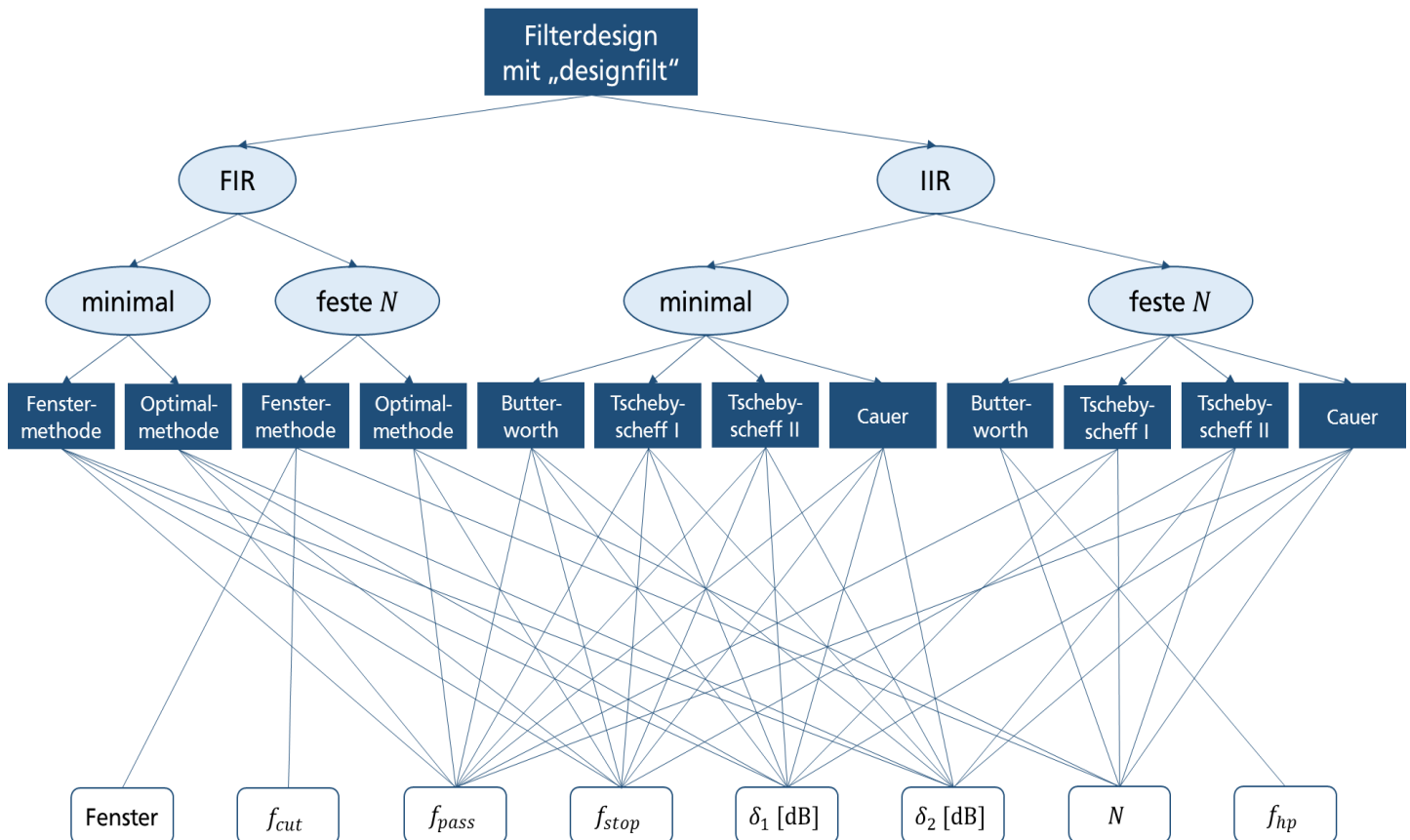


Abbildung 6.10: Methoden zum Tiefpassfilterdesign der MATLAB-Funktion „designfilt“ mit jeweils benötigten Eingabeparametern

Im Folgenden werden die auftretenden Parameter kurz charakterisiert, sofern nicht bereits in Abschnitt 3.3 geschehen. In Klammern wird jeweils der in MATLAB definierte Variablenname angegeben:

- **Fenster** (Window): Soll ein FIR-Filter mit fester Filterordnung N entworfen werden, legt dieser Parameter die zu verwendende Fensterfunktion fest. Dabei werden die einzelnen Funktionswerte für die jeweilige Fensterfunktion mit der Länge $N + 1$ übergeben.
- **Cutoff-Frequenz** f_{cut} (CutoffFrequency): Dieser Parameter gibt an, bei welcher Frequenz die Dämpfung des Tiefpassfilters 6 dB betragen soll. Er wird von MATLAB ebenfalls nur bei Verwendung der Fenstermethode zum Entwurf eines FIR-Filters mit fester Ordnung angefordert.
- **Durchlassfrequenz** f_{pass} (PassbandFrequency): Die Durchlassfrequenz wird zum Entwurf aller Filter verwendet, außer bei Nutzung der Fenstermethode zum Entwurf eines FIR-Filters mit fester Ordnung und bei Design eines IIR-Butterworth- oder Tschebyscheff-II-Filters mit fester Ordnung.
- **Sperrfrequenz** f_{stop} (StopbandFrequency): Die Sperrfrequenz wird prinzipiell bei den gleichen Methoden wie die Durchlassfrequenz benötigt. Allerdings wird sie auch beim Cauer-Design mit fester Ordnung nicht verwendet. Statt beim Tschebyscheff-I- wird sie beim Tschebyscheff-II-Filter mit fester Ordnung benötigt.
- **Rippel im Durchlassbereich** δ_1 (PassbandRipple): Dieses Rippel definiert, welche Dämpfung in Dezibel (dB) im Durchlassbereich toleriert wird. Es wird beim Entwurf von Filtern minimaler Ordnung sowie von Tschebyscheff-I- und Cauer-Filtern mit fester Ordnung verlangt. Angaben in Dezibel zur Dämpfung werden in MATLAB vereinfachend stets positiv angegeben, obwohl Dämpfungen definitionsgemäß negative Vorzeichen verlangen.

- **Dämpfung im Sperrbereich δ_2** (StopbandAttenuation): Dieser Parameter definiert – abweichend zum Rippel im Sperrbereich, wie er in Abbildung 3.9 dargestellt ist – die minimale betragsmäßige Dämpfung [dB], die im Sperrbereich erreicht werden soll. Er ist bei den gleichen Filtern vonnöten wie der Rippel im Sperrbereich. Aufgrund der gegensätzlichen Eigenschaften der beiden Tschebyscheff-Typen wird die Dämpfung im Sperrbereich beim Tschebyscheff-II- statt dem Tschebyscheff-I-Filter mit fester Ordnung benötigt.
- **Filterordnung N** (FilterOrder): Hiermit wird beim Filterdesign für Filter mit fester Ordnung die entsprechende Ordnung festgesetzt.
- **Frequenz halber Leistung f_{hp}** (HalfPowerFrequency): Diese Frequenz entspricht der Cutoff-Frequenz, allerdings ist sie für eine Dämpfung um 3 dB definiert. Sie wird bei Erstellung eines Butterworth-Filters mit fester Ordnung verwendet.

Es bleibt zu betonen, dass MATLAB mit f_{cut} und f_{hp} zwei verschiedene Definitionen für Cutoff-Frequenzen verwendet. Dies macht deutlich, dass die alleinige Angabe von Cutoff-Frequenzen nicht ausreichend ist, da verschiedene Definitionen bezüglich der Dämpfung des Signals bei der jeweiligen Frequenz existieren und einen Vergleich erschweren oder unmöglich machen. Es sollte daher bei Angabe einer Cutoff-Frequenz stets die zugehörige Dämpfung angegeben werden.

Im Rahmen der Fluggravimetrie werden oft Filterlängen angegeben. Diese werden als Kehrwert der Cutoff-Frequenz erhalten. Die alleinige Angabe einer Filterlänge mancher Autoren lässt den Leser im Unklaren darüber, bezüglich welcher Dämpfung die Cutoff-Frequenz angegeben ist. Bei verschiedenen Definitionen dieser Frequenz kann es daher zu Missverständnissen kommen.

Bei der Tiefpassfilterung kommt es zu Randeffekten, die zu verfälschten Ergebnissen zu Beginn und am Ende der Messungen führen und vom Filtertyp und der Filterlänge abhängig sind. Die Dauer der Randeffekte kann über die Darstellung der Impulsantwort des Filters abgeschätzt werden, wobei ein Grenzwert für das Abklingen der Impulsantwort festgesetzt werden kann, nach dessen letztmaliger Überschreitung die Impulsantwort als nicht mehr signifikant eingestuft wird. Von der gefilterten Schwerestörung sind die ersten und letzten Epochen zu entfernen, die der Länge der signifikanten Impulsantwort entsprechen.

Zur Anwendung des entworfenen Filters stellt MATLAB die Funktionen `filter` und `filtfilt` bereit. Mit `filter` wird eine einfache Filterung (vorwärts) durchgeführt, mit `filtfilt` wird vorwärts und rückwärts gefiltert. Da mit `filtfilt` bessere Filterergebnisse zu erwarten sind, wird im Rahmen dieser Thesis diese Funktion eingesetzt. Die auf diese Weise gefilterte Komponenten der Schwerestörung sind in Abbildung 6.11 dargestellt. (Für Informationen zum Filtertyp siehe Abschnitt 9.1.1.)

Während die ungefilterte Schwerestörung (vgl. Abbildung 6.9) keine verwertbaren Ergebnisse liefert, sind die gefilterten Komponenten der Schwerestörung (vgl. Abbildung 6.11) interpretierbar. Besonders die vertikale Komponente („Down“) zeigt belastbare Ergebnisse (siehe auch Abschnitt 6.4.1).

Vor allem die horizontalen Komponenten weisen starke Driften und Bias auf, die fluglinienabhängig zu sein scheinen, was besonders bei der Ostkomponente erkennbar ist. Ihr Verhalten zeigt eine deutliche Änderung, nachdem der Hin- in den Rückflug übergeht. Während Start und Landeanflug liegen besonders große Ausreißer der horizontalen Komponenten vor. Die starken Änderungen der horizontalen Komponenten vor und nach dem Flug (in Ruhe) sind als kritisch einzustufen und zeigen, dass auch die mit Kreuzungspunktjustierung erreichbaren Genauigkeiten eingeschränkt sind.

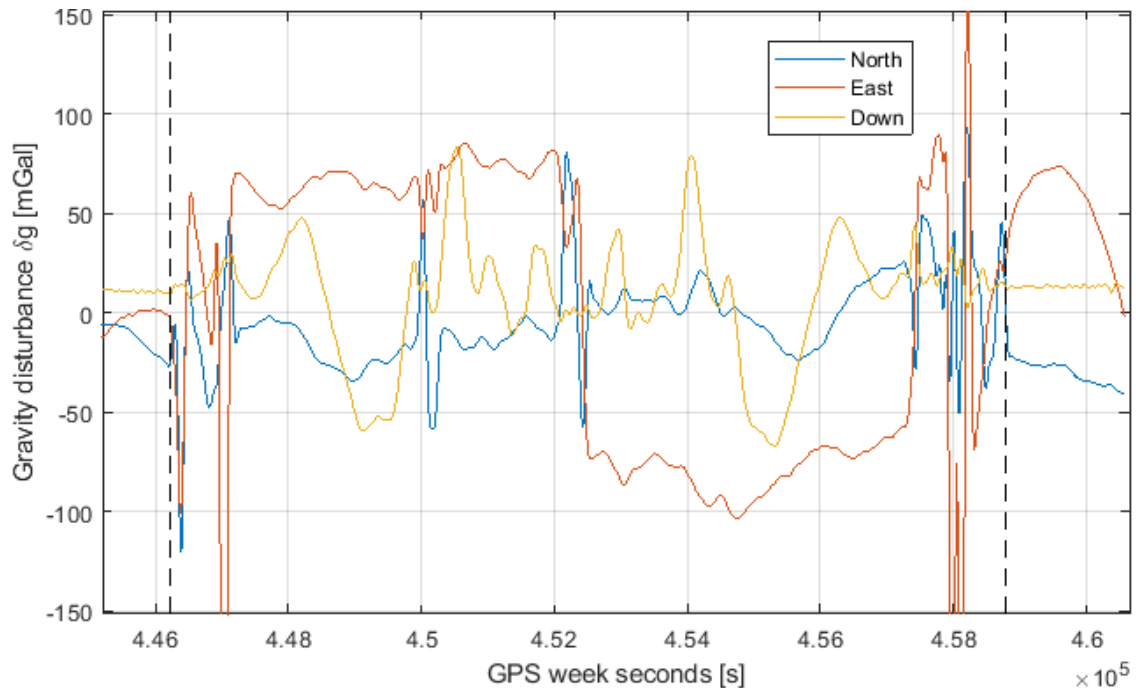


Abbildung 6.11: Erhaltene Komponenten der Schwerestörung für Flug 241, gefiltert

6.4. Anzubringende Korrekturen

Der in Abschnitt 6.2 vorgestellte Algorithmus stellt die Basis zur Bestimmung der Schwerestörung dar. Bei alleiniger Ausführung dieses Algorithmus lassen sich erste Ergebnisse erzielen, die insbesondere bezüglich der vertikalen Komponente plausibel erscheinen. Mit der erreichbaren Genauigkeit der Fluggravimetrie mit einem horizontal stabilisierten Gravimeter kann damit jedoch nicht mithalten werden. Auch das Ziel der Genauigkeit in der Größenordnung von 1 mGal ist so noch nicht erreichbar.

Es bestehen jedoch einige Möglichkeiten für Korrekturen, die das Ergebnis signifikant verbessern und in diesem Abschnitt vorgestellt werden. In welcher Höhe die Verbesserungen durch die angebrachten Korrekturen bei den vorliegenden Datensätzen liegen, wird in Abschnitt 9.1.1 gezeigt.

6.4.1. Bestimmung von Bias und Driften

Die Hauptfehlerquelle des untersuchten Messsystems liegt in den starken Bias und Driften der Beschleunigungssensoren der IMUs. Sie sind unbedingt zu approximieren, um eine entsprechende Korrektur anbringen zu können. Eine solche Korrektur kann an zwei verschiedenen Stellen erfolgen: Entweder werden die Beschleunigungsdaten (Glennie, et al., 1999) oder die erhaltene Schwerestörung korrigiert.

Da über terrestrische Gravimetrie ermittelte Referenzschwerewerte an den Orten des Alignments an den Flugplätzen im Rahmen dieser Thesis bekannt sind, können diese verwendet werden, um direkt die Bias der Schwerestörung vor und nach Ende der Bewegung jedes Fluges zu bestimmen. Hiermit lassen sich ausschließlich Bias und Drift der vertikalen Komponente schätzen. Dazu wird zunächst auf Basis von Gleichung (2.6) die vertikale Referenzschwerestörung $\delta g_{D,ref}$ über die Bildung der Differenz von ter-

restrisch beobachteter Schwerebeschleunigung g_{ref} mit der Normalschwere γ_{ref} am Referenzpunkt bestimmt. Der Bias κ_1 ergibt sich nun als Differenz der über Gleichung (6.16) erhaltenen vertikalen Schwerestörung $\delta g_{D,1}$ mit der Referenzschwerestörung:

$$\kappa_1 = \delta g_{D,1} - \delta g_{D,ref} = \delta g_{D,1} - (g_{ref} - \gamma_{ref}) \quad (6.17)$$

Zur Bestimmung eines skalaren Wertes für die Schwerestörung $\delta g_{D,1}$ vor dem Flug werden im Rahmen dieser Thesis drei Wege getestet:

- Nachdem die durch die Randeffekte des Filters beeinträchtigten Epochen nach Abschnitt 6.3 entfernt wurden, wird $\delta g_{D,1}$ als erster Wert der verbleibenden gefilterten Schwerestörung festgelegt.
- Der Mittelwert der Schwerestörungen zwischen den Werten ab der ersten Epoche (nach Abschneiden) bis zum Beginn der Bewegung wird gebildet, um Schwankungen der während des Alignments erhaltenen Schwerestörung zu berücksichtigen.
- Unter der Annahme, dass ungefilterter und gefilterter Mittelwert identisch sind, wird der Mittelwert der ungefilterten Schwerestörung ab dem ungefilterten ersten Wert bis zum Beginn der Bewegung gebildet. Dabei ist kein Abschneiden erforderlich, da die Randeffekte erst nach der Filterung entstehen. Insbesondere bei Flügen mit kurzer Alignmentdauer besteht mit dieser Methode die Möglichkeit besserer Ergebnisse.

Neben dem Wert der Schwerestörung vor dem Flug ist auch die Epoche festzulegen, zu der dieser Wert gelten soll. In der ersten Variante ist diese als die erste Epoche nach Abschneiden und bei den beiden anderen Varianten als die mittlere Epoche des Zeitraums der Mittelwertbildung festzusetzen.

Zur Bestimmung der (mittleren) Schwerestörung beim Alignment nach dem Flug wird analog vorgegangen. Die Differenz der Bias von Anfang und Ende entspricht dem Schleifenschlussfehler (vgl. Abschnitt 4.3.3).

Nach Bestimmung der Bias zu Beginn und Ende des Fluges sind die Werte der Schwerestörung zu korrigieren. Das Verhalten zwischen den Bias wird durch eine lineare Drift angenähert. Dazu wird eine Gerade durch die Bias zu deren jeweiligen Epochen gelegt. Sie beschreibt die angenäherten Bias in Abhängigkeit von der Zeit. Die bias- und trendfreie Schwerestörung wird erhalten, indem von den trendbehafteten Werten die jeweiligen Werte der Biasgeraden subtrahiert werden.

In Abbildung 6.12 ist die nach der Tiefpassfilterung erhaltene vertikale Komponente (down) der Schwerestörung von Flug 241 dargestellt. Der näherungsweise spiegelsymmetrische Verlauf der Schwerestörung erscheint aufgrund der nahe beieinanderliegenden beiden Fluglinien von Hin- und Rückflug (vgl. Abbildung 6.4) plausibel. Die Referenzschwerestörung am Flugplatz beträgt etwa 40,7 mGal, erhalten wurde eine Schwerestörung von etwa 11,0 mGal. Es liegt demnach zu Beginn nach Gleichung (6.17) ein Bias von ungefähr -29,7 mGal vor. Zudem kommt es zu einer Drift, die am Ende des Fluges zu einem Bias von etwa -27,7 mGal führt. Bei linearer Approximation existiert demnach eine lineare Drift in Höhe von etwa +0,5 mGal/h, in der Abbildung verdeutlicht durch die rote Linie.

Nach Eliminierung von Bias und Drift mit der zweiten oben genannten Methode wird die in Abbildung 6.13 dargestellte Schwerestörung erhalten. Die Referenzschwerestörung am Flugplatz liegt nun bei den geforderten 40,7 mGal bezogen auf den Mittelwert vor bzw. nach der Bewegung. Beginn und Ende der Bewegung sind erneut durch die gestrichelte schwarze Linie gekennzeichnet. Der lineare Trend ist nun eliminiert. Würde nun nach einer linearen Drift gesucht werden, wäre deren Steigung null. Die rote Linie in der Abbildung verläuft daher horizontal.

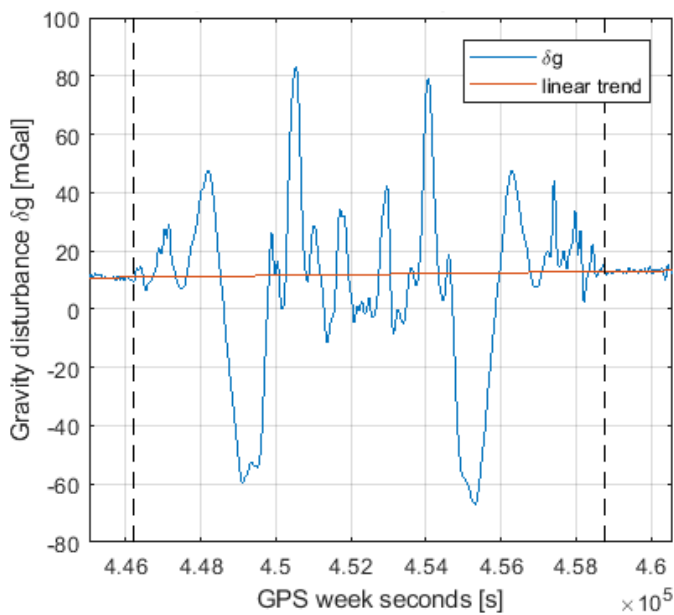


Abbildung 6.12: Skalare Schwerestörung von Flug 241 mit Bias und Trend

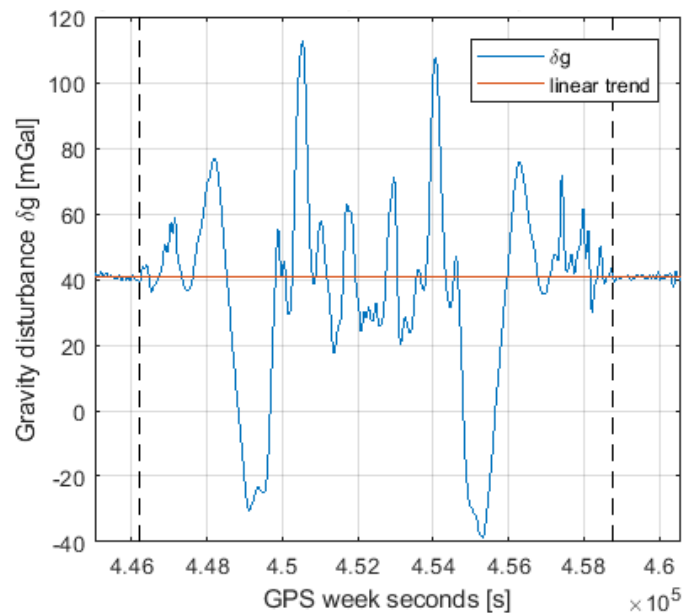


Abbildung 6.13: Skalare Schwerestörung von Flug 241, Bias und linearer Trend eliminiert

6.4.2. Hebelarm zwischen IMU und GNSS-Antenne

Die Positionen von IMU und GNSS-Antenne unterscheiden sich. Der sogenannte Hebelarm l^b beschreibt die Koordinaten der GNSS-Antenne im körperfesten Koordinatensystem, dessen Ursprung in der IMU liegt. Er ist vor oder nach dem Flug möglichst genau zu bestimmen. Dies kann beispielsweise über photogrammetrische Verfahren erfolgen.

Die Bestimmung der Schwerebeschleunigung erfolgt nach Gleichung (4.4) prinzipiell über die Bestimmung der Differenz zwischen mittels GNSS bestimmter kinematischer Beschleunigung und mit der IMU beobachteter spezifischer Kraft. Dabei liegen die GNSS-Daten im Navigations- und die IMU-Daten im körperfesten Koordinatensystem vor. Dieser Konflikt wurde im Kern bereits durch die Anwendung der Rotationsmatrix nach Gleichung (6.7) auf die spezifische Kraft aufgelöst, wodurch alle Daten in Navigationskoordinaten vorliegen. Dadurch werden die Komponenten der kinematischen Beschleunigung und der IMU-Beschleunigung, der spezifischen Kraft, vergleichbar.

Wirklich korrekt ist diese Lösung jedoch nur, wenn sich die Orientierung des körperfesten bezüglich des Navigationskoordinatensystems nicht ändert. In diesem Fall bleibt der Abstand zwischen IMU und GNSS-Antenne bezogen auf die einzelnen Komponenten des Navigationskoordinatensystems gleich.

In der Realität liegen jedoch Orientierungsänderungen des körperfesten Systems vor. Der absolute Abstand zwischen IMU und GNSS-Antenne, der Betrag des Hebelarms, bleibt zwar auch hier konstant, die einzelnen Komponenten des Hebelarms in Navigationskoordinaten erfahren jedoch eine Änderung. Anders ausgedrückt kommt es bezüglich der Navigationskoordinaten zu einer scheinbaren Beschleunigung der Antenne gegenüber der IMU. Je größer die Orientierungsänderung ist, desto stärker ist der Effekt.

Zur Vermeidung systematischer Fehler ist die Hebelarmkorrektur unbedingt zu berücksichtigen, da andernfalls die Normalschwere nicht am Punkt der Messung ausgewertet werden würde, wodurch die Schätzungen im Abhängigkeit vom Schweregradienten verfälscht wären. Zudem wird ohne Berücksichtigung des Hebelarms eine (leicht) verfälschte Position für die erhaltenen Schwerestörungen angegeben.

Zur Behebung des beschriebenen Effekts ist eine Korrektur der GNSS-Daten erforderlich. Hierzu sind Rotationsmatrizen \mathbf{C}_b^n vom körperfesten ins Navigationskoordinatensystem nach Gleichung (6.7) für alle Epochen zu bestimmen, zu denen GNSS-Positionslösungen vorliegen. Mit diesen Matrizen lässt sich analog zu Gleichung (6.8) der Hebelarm \mathbf{l}^n für alle diese Epochen in Navigationskoordinaten darstellen:

$$\mathbf{l}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{l}^b \quad (6.18)$$

Nun ist zwischen den beiden Varianten der numerischen GNSS-Differenziation, ob Positionen \mathbf{r}^n oder Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{r}}^n$ als Ausgangsdaten dienen, zu unterscheiden.

Werden Positionsdaten verwendet, ergibt sich die zur Differenziation heranziehbare korrigierte GNSS-Position \mathbf{r}_{cor}^n folgendermaßen:

$$\mathbf{r}_{cor}^n = \mathbf{r}^n - \mathbf{l}^n \quad (6.19)$$

Erfolgt die erste Ableitung in Dezimalgrad, ist der Hebelarm zunächst in Dezimalgrad zu transformieren. Dazu ist Gleichung (6.5)(links) nach den geodätischen Koordinaten aufzulösen. Die Bestimmung der korrigierten Geschwindigkeit und der entsprechenden kinematischen Beschleunigung erfolgt nach Gleichung (6.5).

Dienen GNSS-Geschwindigkeiten als Ausgangsdaten zur Differenziation, ist der in Navigationskoordinaten erhaltene Hebelarm zunächst numerisch nach der Zeit zu differenzieren. Es wird die Änderung $\dot{\mathbf{l}}^n$ der Navigationskoordinaten des Hebelarms erhalten, die auf die Epochen der GNSS-Geschwindigkeit zu interpolieren sind. Die korrigierte GNSS-Geschwindigkeit ergibt sich analog zu Gleichung (6.19) durch Differenzbildung:

$$\dot{\mathbf{r}}_{cor}^n = \dot{\mathbf{r}}^n - \dot{\mathbf{l}}^n \quad (6.20)$$

Über Gleichung (6.5)(rechts), numerische Differenziation nach der Zeit, wird auch über diesen Weg die korrigierte kinematische Beschleunigung erhalten.

6.4.3. Temperaturabhängige Kalibrierung der IMU

IMUs weisen häufig ein temperaturabhängiges Verhalten auf. Der dadurch entstehende Fehler ist dabei weniger von der Außentemperatur als von der internen Sensortemperatur abhängig. Zur Vermeidung dieses Fehlers kann ein temperaturstabilisiertes Gehäuse verwendet werden. Dabei ist zu beachten, dass eine IMU nach dem Einschalten selbst Wärme erzeugt. Zudem ist ein solches Gehäuse recht aufwändig in der Konstruktion.

Statt der Vermeidung kann eine Korrektur über eine Temperaturkalibrierung erfolgen. In Becker (2016) wurden mehrere Methoden der Temperaturkalibrierung für die auch im Rahmen dieser Thesis untersuchte IMU getestet. Es zeigt sich, dass sich die Ergebnisse der Fluggravimetrie mit einer einfachen *Warmlaufkalibrierung* („warm-up calibration“) des vertikalen Akzelerometers bereits deutlich verbessern lassen.

Bei dieser Form der Kalibrierung wird die IMU bei Zimmertemperatur auf einem festen Untergrund aufgebaut. Nun wird die IMU eingeschaltet. Während der nächsten Stunden werden die Sensortemperatur der IMU und die währenddessen gemessene Beschleunigung f_U^b des vertikalen Akzelerometers aufgezeichnet. Ist die Sensortemperatur gegen die Betriebstemperatur konvergiert, wird die Messung

unterbrochen und die IMU ausgeschaltet. Nachdem die IMU wieder vollständig auf Zimmertemperatur abgekühlt ist, wird das Vorgehen (mehrfach) wiederholt.

Ein Nachteil dieses Verfahrens ohne externe Heizung oder Kühlung ist, dass der untersuchte Temperaturbereich begrenzt ist. Für die vorliegende IMU konnte Becker (2016) hiermit einen Bereich zwischen etwa 23 und 45 °C untersuchen.

Mit den erhaltenen Daten kann eine Kalibrierungsfunktion modelliert werden. Soll nur der untersuchte Bereich betrachtet werden, eignet sich ein Polynom-Ansatz gut zur Interpolation. Da in der Fluggravimetrie typischerweise größere Temperaturschwankungen auftreten, ist auch Extrapolation erforderlich. Um beiden Anforderungen gerecht zu werden, können glättende Splines verwendet werden. Die Extrapolation ist mit einer deutlich vergrößerten Unsicherheit verbunden. Die von Becker (2016) für die verwendete IMU erhaltene Kalibrierungsfunktion ist in Abbildung 6.14 dargestellt.

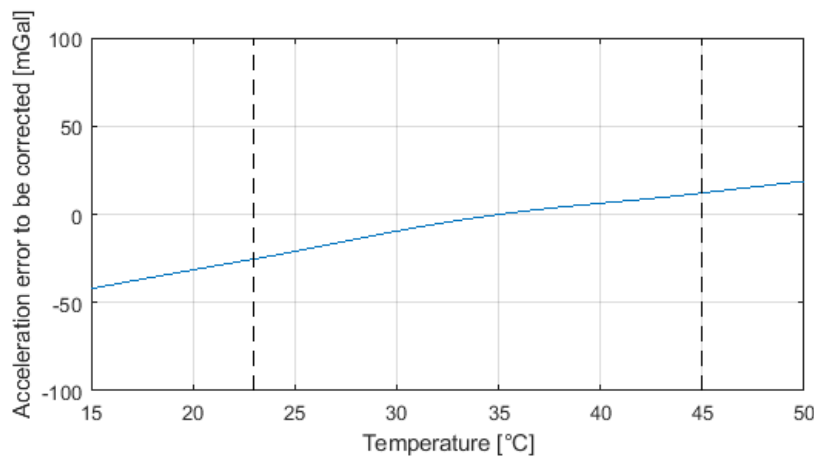


Abbildung 6.14: Temperaturabhängige Kalibrierungsfunktion des z-Akzelerometers der IMU iMAR RQH-1003
(Bereich außerhalb der gestrichelten Linien ist extrapoliert)

Der über die Kalibrierungsfunktion erhaltene Fehler $\varepsilon_{IMU,z}$ bezieht sich auf die nach oben gerichtete Achse (Up, z-Achse) des körperfesten Koordinatensystems. Er ist daher im Rahmen der IMU-Vorprozessierung als erster Verarbeitungsschritt vor der Transformation der IMU-Daten ins Navigationskoordinatensystem zu korrigieren. Die korrigierte Beschleunigungskomponente $f_{U,cor}^b$ wird über die Bildung folgender Differenz erhalten:

$$f_{U,cor}^b = f_U^b - \varepsilon_{IMU,z} \quad (6.21)$$

Die während Flug 241 der Messkampagne Malaysia 2014 gemessene Sensortemperatur und der zugehörige, über die Kalibrierungsfunktion geschätzte Fehler in der Beschleunigung der z-Achse der IMU sind in Abbildung 6.15 dargestellt.

Bei Flug 241 liegen untypisch kleine Temperaturschwankungen vor. Daher wird in Abbildung 6.16 die Temperaturkorrektur am Beispiel von Flug 235 gezeigt. Es sind die verschiedenen Skalierungen der Diagramme beider Flüge zu beachten. Bei Flug 235 nimmt die Temperatur nach dem Einschalten zunächst stark zu, später wird der Temperaturanstieg geringer. Der entsprechende Fehler zeigt ein ähnliches Verhalten. Während eine Sensortemperatur von 38,6 °C zu einer Korrektur um 4,7 mGal zu Beginn führt, liegt am Ende eine Temperatur von 45,7 °C mit einer entsprechenden Korrektur von 13,1 mGal vor. Am

Beispiel wird deutlich, dass die temperaturabhängige Korrektur bei gewünschten Genauigkeiten im Bereich von etwa 1 mGal von besonderer Relevanz ist.

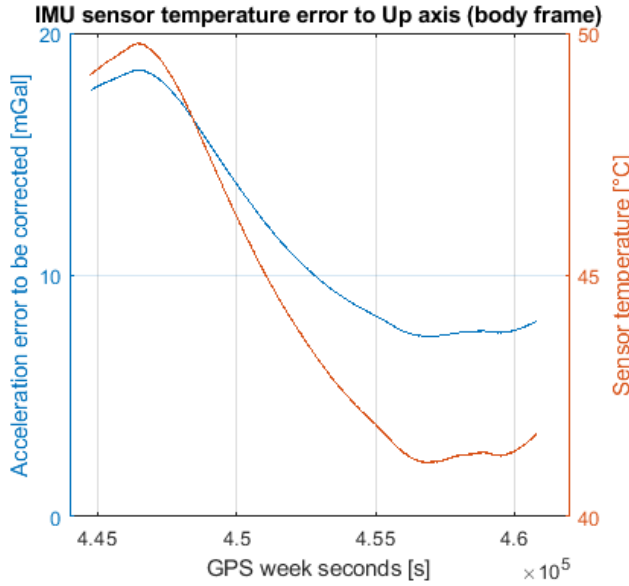


Abbildung 6.15: Sensortemperatur und zugehöriger Fehler des z-Akzelerometers für Flug 241

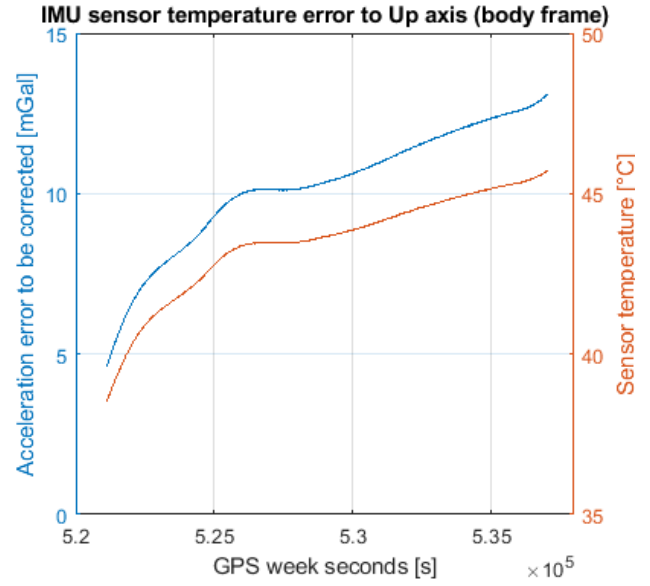


Abbildung 6.16: Sensortemperatur und zugehöriger Fehler des z-Akzelerometers für Flug 235

6.4.4. Azimutabhängige Korrektur

Bezüglich des verwendeten Messsystems fand Becker (2016), dass Abweichungen in den Ergebnissen der vertikalen Komponente ein Verhalten zeigen, das vom Azimut der jeweiligen Fluglinie abhängig ist. Die Korrektur dieses Fehlers soll empirisch erfolgen.

Der Betrag des Fehlers ist bei einem Flug in Nord-Süd-Richtung und in der entgegengesetzten Richtung am größten, bei Flügen in West-Ost-Richtung oder umgekehrt am geringsten. Daher wird der Fehler hier über den Kosinus des Azimuts α approximiert.

Zudem zeigt sich, dass der Fehler proportional zur Geschwindigkeit ist und nur während des Fluges auftritt. Um dies zu berücksichtigen wird die Korrektur mit dem Quotienten der aktuellen Geschwindigkeit \dot{r} mit der mittleren Fluggeschwindigkeit $\bar{\dot{r}}$ multipliziert. Hierbei ist jeweils der Betrag der Geschwindigkeit gemeint. Die Amplitude der Korrektur geht durch den Faktor c ein. Seine Einheit ist die der Schwerestörung, also m/s^2 bzw. mGal . Somit ergibt sich als empirische Formel für die azimutabhängige Korrektur ε_α :

$$\varepsilon_\alpha = -c \cos(\alpha) \cdot \frac{\dot{r}}{\bar{\dot{r}}} \quad (6.22)$$

Die korrigierte vertikale Schwerestörung $\delta g_{D,cor}$ ergibt sich aus der unkorrigierten δg_D wie folgt:

$$\delta g_{D,cor} = \delta g_D - \varepsilon_\alpha \quad (6.23)$$

Zur Bestimmung der mittleren Fluggeschwindigkeit ist das einfache arithmetische Mittel ungeeignet, da dann auch der Zeitraum des Alignments sowie Start und Landung in das Ergebnis eingehen. Besser geeignet, um eine mittlere Fluggeschwindigkeit auf den Fluglinien zu bestimmen, ist der Median. Es

sollte jedoch im Algorithmus eine Plausibilitätsprüfung implementiert sein, um hier Fehler bei sehr kurzen Flügen zu vermeiden oder wenigstens zu identifizieren.

Die azimutabhängige Korrektur sollte direkt nach Bestimmung der Schwerestörung nach Gleichung (6.16) erfolgen.

Die Ursache für den Fehler, der mit dieser empirisch ermittelten Korrektur eliminiert werden soll, ist unklar. Da die Korrektur geschwindigkeitsabhängig ist und nur unter Bewegung auftritt, ist vorstellbar, dass in der Eötvöskorrektur nach Gleichung (4.5) nicht alle Effekte, die aufgrund der Bewegung der Koordinatensysteme zueinander entstehen, ideal berücksichtigt werden. Andererseits könnte auch ein unbekannter systematischer Instrumentenfehler eine Rolle spielen (Becker, 2016). Auch ein sonstiger Modellierungsfehler ist nicht ausgeschlossen.

Der Korrekturfaktor c fällt für verschiedene Messkampagnen in verschiedenen Breiten unterschiedlich aus. Dies deutet darauf hin, dass er breitenabhängig ist. Für eine genauere empirische Modellierung dieses Faktors in Abhängigkeit von der ellipsoidischen Breite wäre eine größere Anzahl an Messkampagnen mit einer möglichst gleichmäßigen Verteilung über verschiedene Breitengrade nötig.

Da die Korrektur von der mittleren Geschwindigkeit abhängt, ist auch der Korrekturfaktor bei verschiedenen Messkampagnen in den gleichen Breiten unterschiedlich, sofern sich die mittleren Fluggeschwindigkeiten unterscheiden. Bei gleicher Breite wird dagegen erwartet, dass der Quotient $\frac{c}{\bar{v}}$ konstant ist.

Langfristig sollte das Ziel sein, die Ursache für den azimutabhängigen Fehler aufzudecken, um die empirische Gleichung durch eine physikalisch begründete Formel ersetzen zu können.

6.4.5. Beschränkung auf Fluglinien

Werden horizontal stabilisierte Gravimeter zur Fluggravimetrie verwendet, sind praktisch nur Messungen auf den Fluglinien möglich. Zur Erinnerung: Als Fluglinien werden in dieser Thesis nahezu geradlinige Teilabschnitte einer Flugtrajektorie bezeichnet. In der hier betrachteten Fluggravimetrie mit körperfest fixierten IMUs kann die Schwerestörung auch in den Kurven des Flugs bestimmt werden.

Es zeigt sich in der Praxis, dass die Genauigkeit in Kurven geringer ist als während Fluglinien. Anders ausgedrückt ist die Qualität der erhaltenen Schwerestörung höher, wenn die Orientierungen nur wenig variieren. Sollen also Ergebnisse mit größtmöglicher Genauigkeit erhalten werden, ist es sinnvoll, die Ergebnisse auf die Fluglinien zu beschränken.

Selbstverständlich können auch die Ergebnisse während eines Kurvenfluges nützliche Daten sein, allein schon, wenn in der Nähe dieser Positionen keine besseren Daten vorliegen. Es ist jedoch wichtig zwischen zwei fluggravimetrisch ermittelten Genauigkeitsklassen zu unterscheiden: Die Ergebnisse in den Kurven reichen nicht an die mittlere Genauigkeit heran und könnten daher zu optimistisch bewertet werden. Dagegen würden die Ergebnisse der Fluglinien zu pessimistisch beurteilt werden, wenn auch die Daten der Kurven in deren Genauigkeitsschätzung eingehen würden.

Das Genauigkeitsniveau ändert sich dabei nicht abrupt, sondern zeigt am Rand der Linien einen allmählichen Verlauf. Bei Filtern mit längerer Impulsantwort, z.B. verursacht durch größere Filterlängen, ist der Übergangsbereich länger.

Ein möglicher Algorithmus zur Identifizierung der Fluglinien wird in Abschnitt 6.5.1 erläutert.

6.5. Algorithmen zur Qualitätsanalyse

6.5.1. Identifikation der Fluglinien

Die Bestimmung der Fluglinien kann im Rahmen dieser Thesis über die Eingabe von vier Parametern beeinflusst werden:

- Es wird eine *minimale Fluglinienlänge* festgesetzt, um die Möglichkeit zu geben, kurze Linien auszuschließen. So lassen sich beispielsweise Fluglinien entfernen, die aufgrund ihrer geringen Länge von Randeffekten nahe der Kurven dominiert werden.
- Über die Festlegung einer *minimalen Höhe* können Punkte am Flugplatz sowie beim Start und beim Landeanflug ausgeschlossen werden, um die Recheneffizienz zu erhöhen.
- Über die *maximale Azimutvariation* wird festgelegt, wie stark die Trajektorie maximal von einer Geraden abweichen darf, wenn sie als Fluglinie erkannt werden soll. Dieser Parameter kann je nach Flugbedingungen eingestellt werden. So kann die Azimutvariation bei einem Flug ohne Autopilot höher eingestellt werden als mit Autopilot.
- Über die *Anzahl der auszuschließenden Epochen* wird bestimmt, wie lang der Bereich am Anfang und Ende jeder Fluglinie sein soll, der von der weiteren Berechnung ausgeschlossen werden soll, um Randeffekte mit Genauigkeitseinbußen aufgrund der Nähe zur nächsten Flugkurve zu vermeiden.

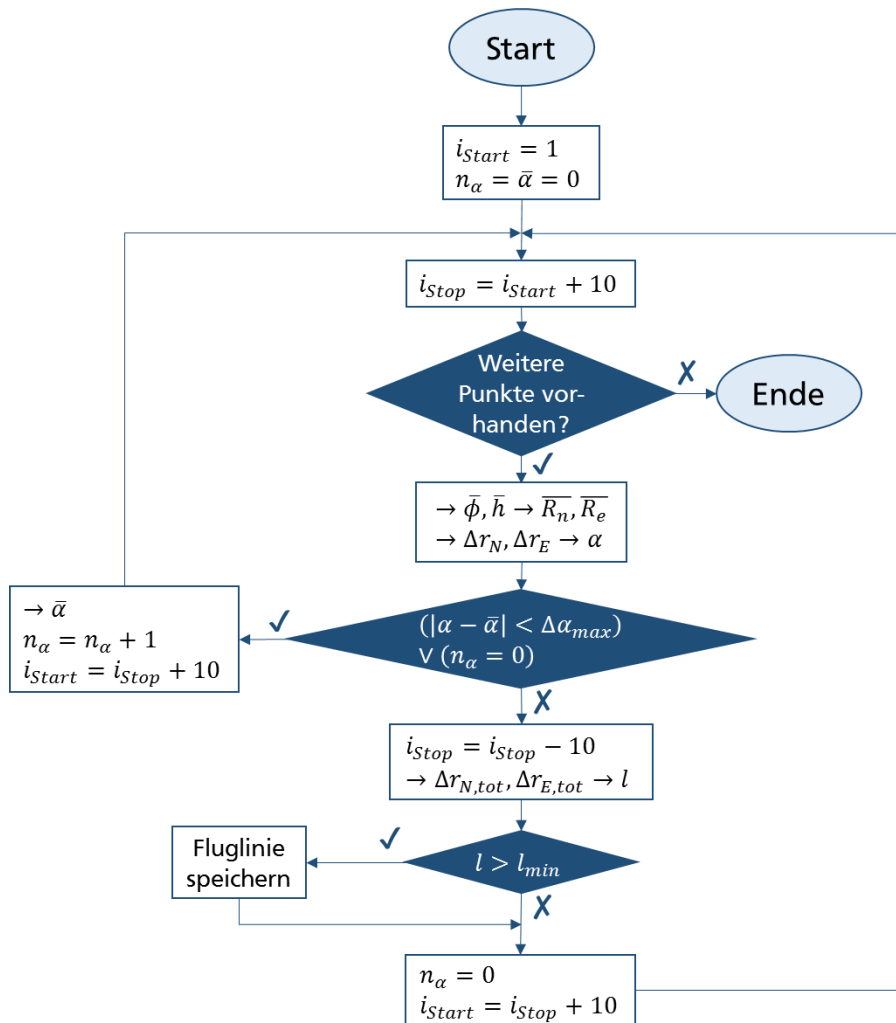


Abbildung 6.17: Programmablaufplan zur Identifikation der Fluglinien

Der grundlegende Ablauf des Algorithmus zur Identifikation der Fluglinien, wie er im Rahmen dieser Thesis implementiert wurde, ist in Abbildung 6.17 dargestellt. Vor dem dort dargestellten „Start“ werden Punkte entfernt, deren Höhe geringer als die zuvor festgelegte minimale Höhe ist. Danach wird die erste Epoche als Epoche $i_{start} = 1$ festgelegt, mit der begonnen werden soll. Der Startwert für den mittleren Azimut der aktuellen Linie wird $\bar{\alpha} = 0$ gesetzt. Auch die Anzahl der bisher auf dieser Linie berechneten Azimute ist zunächst $n_{\alpha} = 0$.

Nun beginnt die eigentliche Schleife, die solange ausgeführt wird, bis das Ende des Fluges erreicht worden ist.

Aus Gründen der Recheneffizienz und um einen robusteren Wert für den Azimut zu erhalten, wird nicht jeder Punkt einzeln betrachtet, sondern immer eine bestimmte Anzahl an Punkten übersprungen. In der vorliegenden Implementation wird jeder 10. Punkt betrachtet. Damit ergibt sich die Stoppepoche als $i_{stop} = i_{start} + 10$. Es wird nun überprüft, ob überhaupt noch zehn weitere Epochen vorliegen. Falls nicht, ist der Algorithmus zur Fluglinienidentifikation beendet.

In diesem Intervall mit insgesamt 11 Punkten werden die mittlere Breite und Höhe $\bar{\phi}, \bar{h}$ bestimmt, um den mittleren Meridian- und Querkrümmungsradius \bar{R}_n, \bar{R}_e dieses Intervalls nach Gleichung (6.4) bestimmen zu können. Nun werden die Differenzen $\Delta\lambda, \Delta\phi$ der horizontalen Position für die ellipsoidische Länge und Breite vom ersten zum 11. Punkt in Dezimalgrad bestimmt. Analog zu Gleichung (6.5) werden diese anschließend in metrische Positionsdifferenzen $\Delta r_E, \Delta r_N$ transformiert, da sonst aufgrund der breitenabhängigen Ostkomponente kein Azimut bestimmt werden könnte. Dabei sind nur die Ost- und die Nordkomponente auszuwerten. Die vertikale Komponente ist lediglich aus Gründen der Vollständigkeit angegeben:

$$\Delta \mathbf{r}^n = \begin{pmatrix} \Delta r_N \\ \Delta r_E \\ \Delta r_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\bar{R}_n + \bar{h}) \cdot \Delta\phi \\ (\bar{R}_e + \bar{h}) \cdot \cos(\bar{\phi}) \cdot \Delta r_E \\ -\Delta h \end{pmatrix} \quad (6.24)$$

Mit den erhaltenen Koordinatendifferenzen lässt sich nun der aktuelle Azimut α berechnen. Bei der Auswertung des Arkustangens ist unbedingt die Quadrantenabfrage zu beachten. In MATLAB® ist diese in der Funktion `atan2` realisiert.

$$\alpha = \arctan2\left(\frac{\Delta r_N}{\Delta r_E}\right) \quad (6.25)$$

Zu beachten ist, dass auch in den folgenden Iterationen immer genau 11 Punkte gleichzeitig betrachtet werden. Dadurch wird erreicht, dass die maximale Azimutvariation im gesamten Verlauf der Fluglinie die gleiche Bedeutung hat. Würde der Azimut jedes Mal vom ersten Punkt der Linie aus bestimmt werden, wäre eine von der Länge der Linie abhängige Verkleinerung der maximalen Azimutvariation erforderlich. Ansonsten käme es besonders bei langen Fluglinien am Ende zu größeren Bereichen mit Punkten, die der Linie zugeordnet werden würden, obwohl sie augenscheinlich bereits klar zu Flugkurven gehören.

Sofern es sich nicht um den ersten Abschnitt einer neu zu bildenden Fluglinie handelt – in diesem Fall ist $n_{\alpha} = 0$, wird nun getestet, ob der Betrag der Differenz des Azimuts des aktuellen Abschnitts mit dem mittleren Azimut der aktuellen Fluglinie kleiner als die anfangs festgelegte maximale Azimutvariation ist, also ob $|\alpha - \bar{\alpha}| < \Delta\alpha_{max}$ gilt.

Ist dies der Fall oder handelt es sich um den ersten Abschnitt einer neu zu bildenden Fluglinie, wird ein neuer mittlerer Azimut rekursiv mit dem bisherigen mittleren Azimut über die folgende Formel bestimmt:

$$\bar{\alpha}_{neu} = \frac{\bar{\alpha}_{alt} n_{\alpha} + \alpha}{n_{\alpha} + 1} \quad (6.26)$$

Das Gewicht des neuen Azimuts ist bei bereits langen Fluglinien damit klein bei der Bestimmung des neuen mittleren Azimuts. Die Anzahl der im mittleren Azimut enthaltenen Einzelwerte hat sich damit um 1 erhöht: $n_{\alpha} = n_{\alpha} + 1$. Die neue Startepoche ist nun $i_{start} = i_{stop} + 10$ und die Schleife beginnt von vorne.

Wird die maximale Azimutvariation überschritten und liegt keine neu angefangene Fluglinie vor, wird die letzte Stoppepoche verworfen und die vorherige Stoppepoche $i_{stop} = i_{stop} - 10$ wird als Stoppepoche der Fluglinie gesetzt. Mithilfe von Gleichung (6.24) werden nun die horizontalen Komponenten $\Delta r_N, \Delta r_E$ der Distanzen zwischen der ersten und letzten Epoche der gesamten Fluglinie berechnet und anschließend wird die horizontale Länge l der Fluglinie mit dem Satz des Pythagoras angenähert:

$$l = \sqrt{\Delta r_N^2 + \Delta r_E^2} \quad (6.27)$$

Es handelt sich um eine Näherung, da die Krümmung der Erdoberfläche hier nicht berücksichtigt wird. Der Näherungsfehler ist jedoch vernachlässigbar, da hiermit nur überprüft werden soll, ob die Fluglinie die zu Beginn festgelegte minimale Länge l_{min} überschreitet, ob also $l > l_{min}$ gilt.

Ist dies der Fall, wird die Fluglinie als ebensolche abgespeichert, wobei die anfangs festgelegte Anzahl der auszuschließenden Epochen am Anfang und Ende der Fluglinie ausgelassen werden. In jedem Fall wird nun die Suche nach einer neuen Fluglinie initialisiert: Dazu wird die Anzahl der bereits berechneten Azimute wieder auf $n_{\alpha} = 0$ gesetzt. Zudem wird die neue Startepoche als $i_{start} = i_{stop} + 10$ definiert.

Der Ablauf des Algorithmus wird so lange fortgesetzt, bis keine weiteren Punkte mehr vorhanden sind.

6.5.2. Identifikation der Kreuzungspunkte

Um eine Kreuzungspunktanalyse durchführen zu können, sind zunächst die Kreuzungspunkte zu identifizieren. Zu deren Bestimmung dienen die Zeitreihen der Flüge mit den zugehörigen Positionen und Schwerstörungen als Datengrundlage. Die Bestimmung der Kreuzungspunkte wird im Rahmen dieser Thesis über drei anzugebende Parameter beeinflusst:

- Über den *minimalen Schnittwinkel* können Kreuzungspunkte ausgeschlossen werden, deren Bestimmung korreliert ist, weil sie über eine nahezu gleiche Flugbahn entstanden sind. Zudem lassen sich so Kreuzungspunkte von wiederholten Fluglinien eliminieren.
- Mit der Eingabe einer *maximalen Höhendifferenz* wird sichergestellt, dass die Schwerstörungen des Kreuzungspunkts vergleichbar sind und nicht aufgrund von stark unterschiedlichen Höhen differieren (vgl. Abschnitt 4.3.1).
- Auch hier lassen sich über die *minimale Höhe* Punkte am Flugplatz sowie beim Start und beim Landeanflug ausschließen.

Es können entweder Kreuzungspunkte für die komplette Trajektorie bestimmt werden oder gezielt Kreuzungspunkte zwischen Fluglinien. Beide Varianten sind im Rahmen dieser Thesis implementiert worden. Im Folgenden wird die Variante erläutert, bei der ausschließlich zwischen Fluglinien nach Kreuzungspunkten gesucht wird, weil diese effizienter ist. Zudem ist eine alleinige Auswertung der Kreuzungspunkte auf Fluglinien oft zweckdienlich, da diese das höchste Genauigkeitsniveau bieten. Der Ablauf des Algorithmus wird in Abbildung 6.18 veranschaulicht.

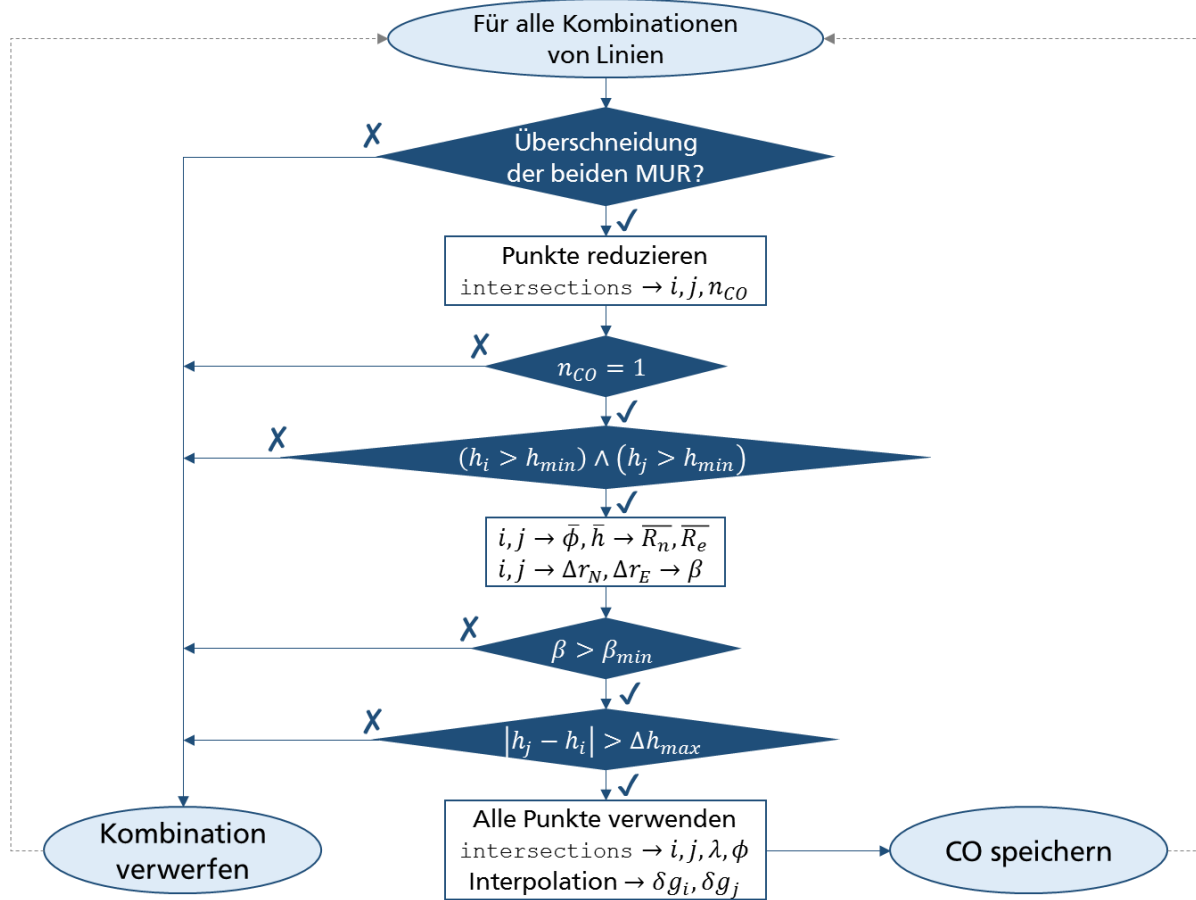


Abbildung 6.18: Programmablaufplan zur Identifikation der Kreuzungspunkte

Der Ablauf basiert auf einer doppelten For-Schleife, bei der über alle möglichen Kombinationen der Fluglinien iteriert wird. Bei n_L Fluglinien existieren $\sum_{i=1}^{n_L} (n_L - i)$ mögliche Kombinationen, da jede Fluglinie aufgrund des näherungsweise geradlinigen Verlaufs ausschließlich Kreuzungspunkte mit anderen Linien, nicht aber mit sich selbst besitzen darf. Die folgenden Schritte werden für jede mögliche Fluglinienkombination durchgeführt.

Um die Recheneffizienz zu erhöhen, wird zunächst getestet, ob die beiden Fluglinien sich überhaupt schneiden können. Dazu wird überprüft, ob sich die *minimal umschließenden Rechtecke* (MUR, „bounding box“) der beiden Linien schneiden (vgl. Abbildung 6.19). Ist dies nicht der Fall, wird die Kombination verworfen und die nächste Fluglinienkombination wird betrachtet. Der Schnitt der MUR ist zwar noch keine hinreichende Bedingung für einen Schnitt der Fluglinien, aber eine notwendige. Die meisten Kombinationen ohne Schnitt der Fluglinien können so schnell verworfen werden.

Der nächste Schritt dient ebenfalls der Erhöhung der Effizienz. Er wurde in erster Linie entwickelt, um den Rechenaufwand zu verringern, wenn keine Beschränkung auf Fluglinien erfolgt, da in diesem Fall die gesamte Trajektorie aller Flüge untersucht werden muss. Die Anzahl der zu untersuchenden Punkte wird reduziert, so dass die Kreuzungspunkte in erster Näherung bestimmt werden können.

Zur Bestimmung der Kreuzungspunkte kann in MATLAB die File-Exchange-Funktion `intersections` verwendet werden (Schwarz, 2010). Dabei werden die reellen Indizes i, j der Epochen der beiden Punkte einer Kreuzung sowie deren Position ausgegeben, wobei zunächst nur die Indizes benötigt werden.

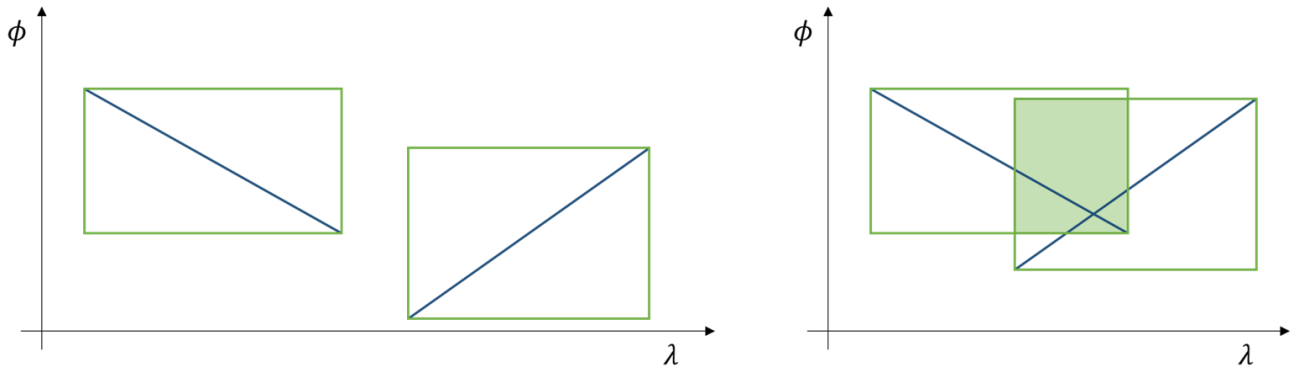


Abbildung 6.19: Beispielhafte Fluglinien (blau) mit ihren MUR (grün): Links: Bei nicht überlappenden MUR können sich die Fluglinien nicht schneiden; rechts: Überlappen sich die MUR (grün gefülltes Rechteck), kann ein Kreuzungspunkt vorliegen

Da zwei (gerade) Fluglinien getestet werden, sollte idealerweise die Anzahl der gefundenen Kreuzungspunkte genau $n_{CO} = 1$ sein. Ansonsten wird die Kombination verworfen, da entweder keine Kreuzungspunkte gefunden wurden oder mehr, was für wiederholte Linien spricht, die im Rahmen dieser Kreuzungspunktanalyse nicht betrachtet werden.

Wurde genau ein Kreuzungspunkt gefunden, wird bezüglich der Höhen h_i, h_j der beiden Einzelpunkte des Kreuzungspunkts untersucht, ob diese über der minimalen Höhe h_{min} liegen. Ist $(h_i > h_{min}) \wedge (h_j > h_{min})$ wahr, wird die Kombination weitergehend betrachtet.

In diesem Fall werden mit Gleichung (6.4), ähnlich wie bei der Identifikation der Fluglinien, die mittlere Breite und Höhe $\bar{\phi}, \bar{h}$ und die Krümmungsradien \bar{R}_n, \bar{R}_e bestimmt. Mit Gleichung (6.24) lassen sich nun die horizontalen metrischen Positionsdifferenzen $\Delta r_N, \Delta r_E$ für beide Fluglinien berechnen. Anders als bei der Bestimmung der Fluglinien wird hier nicht der Azimut, sondern der Schnittwinkel β zwischen den beiden horizontalen Richtungsvektoren $\Delta \mathbf{r}_{hor}^n = (\Delta r_N \quad \Delta r_E)^T$ ermittelt:

$$\beta = \arccos \left(\frac{|\langle \Delta \mathbf{r}_{hor,i}^n, \Delta \mathbf{r}_{hor,j}^n \rangle|}{\|\Delta \mathbf{r}_{hor,i}^n\| \cdot \|\Delta \mathbf{r}_{hor,j}^n\|} \right) \quad (6.28)$$

Ist der erhaltene Schnittwinkel größer als der anfangs festgelegte minimale Schnittwinkel β_{min} , gilt also $\beta > \beta_{min}$, wird der Kreuzungspunkt weiter betrachtet.

Zuletzt wird überprüft, ob die festgelegte maximale Höhendifferenz Δh_{max} zwischen den beiden Einzelpunkten am Kreuzungspunkt eingehalten wird. Falls also nicht $|h_j - h_i| > \Delta h_{max}$ gilt, wird die Kombination verworfen.

Wurden alle Tests bestanden, wird der Kreuzungspunkt nun unter Verwendung aller Punkte im Bereich des Kreuzungspunkts (z.B. 20 Punkte vor und nach der Kreuzung) genauer bestimmt. Dazu kann erneut die Funktion `intersections` verwendet werden. Es werden die reellen Indizes i, j sowie die Position in Form von ellipsoidischer Länge und Breite λ, ϕ des Kreuzungspunkts erhalten. Mithilfe der reellen Indizes werden die Schwerestörungen der beiden Fluglinien am Kreuzungspunkt zwischen den beiden nächsten Epochen interpoliert, wodurch die interpolierten Schwerestörungen $\delta g_i, \delta g_j$ erhalten werden.

Nachdem die Position des Kreuzungspunkts (CO) mit den entsprechenden Schwerestörungen gespeichert ist, wird zur nächsten Fluglinienkombination übergegangen.

Die Bestimmung von Residuen, RMS und RMSE/Standardabweichung erfolgt, wie in Abschnitt 4.3.1 beschrieben, über die Gleichungen (4.7), (4.8) und (4.11).

6.5.3. Kreuzungspunktjustierung

In der im Rahmen dieser Thesis verwendeten Form der Kreuzungspunktjustierung wird je Fluglinie ein konstantes Bias (ohne Drift) festgelegt. Der Ablauf soll mithilfe von Abbildung 6.21 verdeutlicht werden.

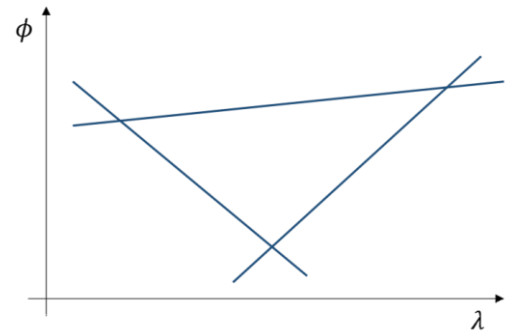
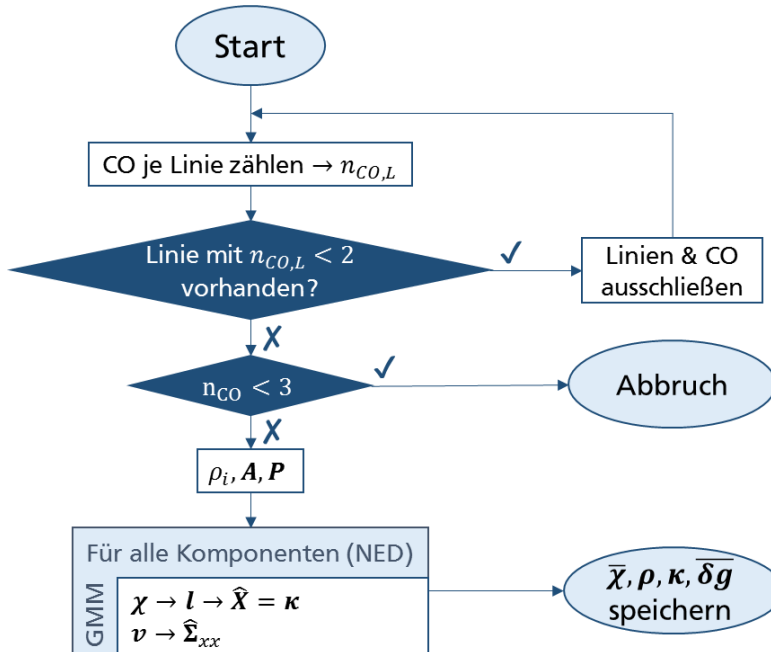


Abbildung 6.20 (oben): Beispiel für die Minimalkonstellation zur Kreuzungspunktjustierung

Abbildung 6.21 (links): Programmablaufplan zur Kreuzungspunktjustierung

In Abschnitt 4.3.1 wurde festgestellt, dass mindestens zwei Kreuzungspunkte an einer Fluglinie erforderlich sind, um diese sinnvoll justieren zu können. Daher werden zu Beginn des Algorithmus zur Kreuzungspunktjustierung die Anzahl $n_{CO,L}$ der Kreuzungspunkte je Fluglinie gezählt.

Sind Fluglinien mit weniger als 2 Kreuzungspunkten vorhanden, gilt also $n_{CO,L} < 2$, sind die entsprechenden Linien von der Berechnung auszuschließen. Dies gilt auch für einzelne verbleibende Kreuzungspunkte an den Linien. Als Konsequenz liegen nun eventuell bei weiteren Fluglinien zu wenige Kreuzungspunkte vor. Daher sind die Kreuzungspunkte je Linie neu zu zählen. Die Prozedur wird iterativ so lange wiederholt, bis keine Linien mehr mit weniger als zwei Kreuzungspunkten eliminiert werden müssen.

Die Konstellation mit den wenigsten Fluglinien und Kreuzungspunkten, bei der eine Kreuzungspunktjustierung möglich ist, liegt vor, wenn drei Fluglinien dreiecksförmig angeordnet sind und sich in $n_{CO} = 3$ Kreuzungspunkten schneiden (vgl. Abbildung 6.20). Sind weniger Kreuzungspunkte vorhanden, ist keine Justierung möglich. Sind mindestens drei Kreuzungspunkte vorhanden, sind mit dem in Abschnitt 6.5.2 beschriebenen Algorithmus zur Identifikation der Kreuzungspunkte immer auch mindestens drei Fluglinien vorhanden.

Eine Kreuzungspunktjustierung wird daher nur durchgeführt, wenn mindestens drei Kreuzungspunkte vorliegen. Gilt $n_{CO} < 3$, wird die Justierung abgebrochen.

Bevor mit der eigentlichen Justierung begonnen wird, werden die Korrekturfaktoren ρ_i nach Gleichung (4.13) bestimmt. Sie dienen der späteren Berechnung des RMS. Anschließend werden die Bias der Fluglinien im Rahmen eines *Gauß-Markov-Modells* (GMM) mit vollem Rang bestimmt (Becker, et al., 2012). Hier werden die Komponenten der Schwerestörung unter der (vereinfachenden) Annahme, dass die einzelnen Komponenten unkorreliert seien, einzeln betrachtet. Daher werden praktisch drei GMM ausgewertet.

Der Beobachtungsvektor \mathbf{l} entspricht hier den über Gleichung (4.7) erhaltenen Residuen χ an den Kreuzungspunkten plus einer zusätzliche Beobachtung, die gesuchten Parameter \mathbf{X} sind die Bias κ der zu justierenden Fluglinien mit den Indizes i, j . Es ergeben sich also $n = n_{CO} + 1$ Beobachtungen und $u = n_L$ Unbekannte. Der Freiheitsgrad ist also $r = n - u = n_{CO} - n_L + 1$. Die ersten n_{CO} Gleichungen des funktionalen Modells lassen sich mithilfe der Verbesserungen \mathbf{v} wie folgt darstellen:

$$l_{i,j} + v_{i,j} = f_{i,j}(\mathbf{X}) = \kappa_i - \kappa_j \quad \text{mit} \quad l_{i,j} = \chi_{i,j} = \delta g_i - \delta g_j, \quad \mathbf{X} = \kappa \quad (6.29)$$

Daneben ist eine zusätzliche (Schein-)Beobachtung einzuführen, um einen späteren Rangdefekt der zu invertierenden Matrix zu verhindern: Nach dieser Beobachtung soll die Summe aller Bias gleich null sein:

$$l_n + v_n = \sum_{i=1}^u \kappa_i \quad \text{mit} \quad l_n = 0 \quad (6.30)$$

Die Gewichtsmatrix \mathbf{P} des Gauß-Markov-Modells wird als Einheitsmatrix mit der Dimension der Beobachtungen festgelegt:

$$\mathbf{P} = \mathbf{I}_{n \times n} \quad (6.31)$$

Das funktionale Modell ist bereits linear, weshalb keine Linearisierung erforderlich ist. In Matrizen-schreibweise lautet das Systemmodell des GMM wie folgt:

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}^T & 1 & \mathbf{0}^T & -1 & \mathbf{0}^T \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \dots & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ \kappa_i \\ \vdots \\ \kappa_j \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (6.32)$$

Die Designmatrix \mathbf{A} wird dabei so aufgestellt, dass in allen Zeilen je eine 1 (in der Spalte des Bias κ_i der Fluglinie i) und eine -1 (in der Spalte des Bias κ_j der Fluglinie j) stehen und die restlichen Spalten mit Nullen belegt sind. Lediglich die letzte Zeile ist anders aufgebaut: Dort steht in jeder Spalte eine 1. Die Designmatrix ist für alle Komponenten der Schwerestörung identisch.

Nun wird die Lösung für die drei Komponenten der Schwerestörung einzeln geschätzt. Der Vektor der geschätzten Bias $\hat{\mathbf{X}} = \hat{\kappa}$ ergibt sich über die Lösungsgleichung des GMM:

$$\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \quad (6.33)$$

Mit den Verbesserungen ergibt sich die Varianz-Kovarianz-Matrix $\hat{\Sigma}_{xx}$ der geschätzten Parameter:

$$\hat{\Sigma}_{xx} = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{r} \cdot (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1}, \quad \text{mit} \quad \mathbf{v} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{l} \quad (6.34)$$

Die Standardabweichung der geschätzten Bias ergibt sich als Wurzel der jeweiligen Diagonalelemente von $\hat{\Sigma}_{xx}$.

Der letzte Schritt des Algorithmus der Kreuzungspunktjustierung besteht im Speichern der mit Gleichung (4.12) bestimmten justierten Residuen $\bar{\chi}$ mit den zugehörigen Korrekturfaktoren \mathbf{p} sowie den Bias κ der justierten Fluglinien. Die justierten Schwerestörungen $\overline{\delta \mathbf{g}}$ ergeben sich als Differenz der nicht-justierten Schwerestörung mit den Bias der jeweiligen Komponenten:

$$\overline{\delta g} = \delta g - \kappa \quad (6.35)$$

Die Bestimmung von Residuen, RMS und RMSE/Standardabweichung erfolgt erneut über die Gleichungen (4.7), (4.8) und (4.11), wobei die Residuen hierzu mit den jeweiligen Korrekturfaktoren zu versehen sind.

7. Erstelltes MATLAB®-Programm zur Auswertung mittels Direkter Methode

Zur Auswertung der Direkten Methode der Fluggravimetrie wurde ein MATLAB-Programm mit grafischer Benutzeroberfläche (GUI) entwickelt (vgl. Abbildung 7.1). Bei der Programmierung wurde versucht, das Nachvollziehen der einzelnen Befehle zu erleichtern. Die Funktionen („functions“) des MATLAB-Programms sind im Quellcode ausführlich kommentiert mit einer kurzen Beschreibung und Informationen zu den jeweiligen Ein- und Ausgabevariablen samt den zugehörigen Einheiten. Des Weiteren sind die einzelnen Verarbeitungsschritte im Code kurz erläutert.

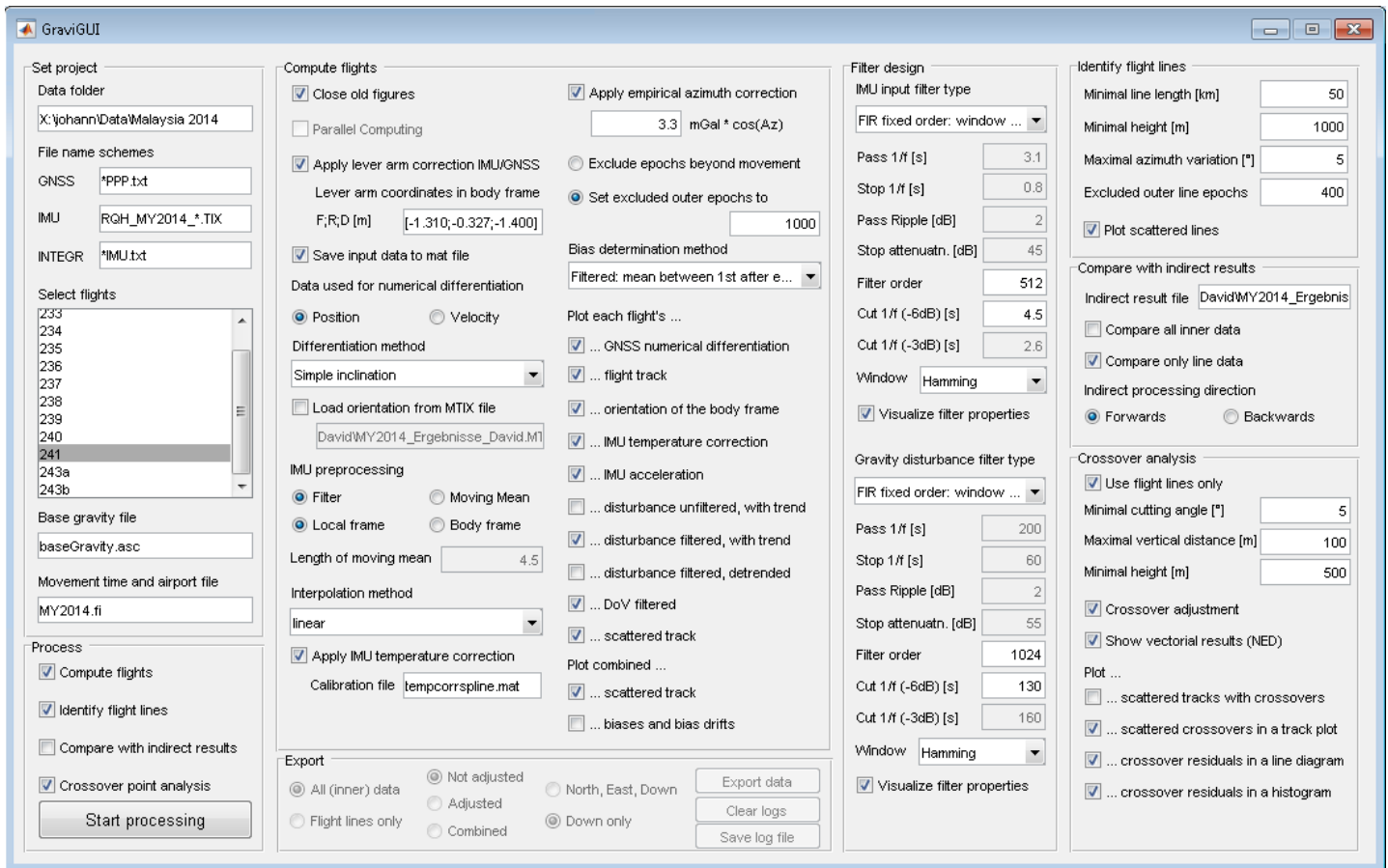


Abbildung 7.1: GUI des MATLAB-Programms zur Auswertung der Direkten Methode

Die Bedeutung der einzelnen Funktionen sowie die Ein- und Ausgabedateien werden in diesem Kapitel stichpunktartig erklärt.

7.1. Erzeugen der benötigten Eingabe

„Set project“

Die GUI ist in acht Bereiche (Panels) eingeteilt. Die zur Bestimmung der Schwerestörung nötigen Eingabedateien werden im Panel „Set project“ festgelegt. Dabei sind folgende Einstellungen zu treffen:

- **Data folder:** Hier wird der Pfad angegeben, aus dem die Eingangsdaten importiert und in den die Ergebnisse exportiert werden sollen. Hierzu sind in diesem Ordner ein Unterordner „Input“ für die Eingabedateien und ein Unterordner „Output“ für die Ausgabedateien anzulegen.

- **GNSS:** Dieses Feld wurde angelegt, um das Schema der Dateinamen der nach Abschnitt 6.1.1 bestimmten GNSS-Lösungen angeben zu können. Es müssen mindestens die Parameter der Zeit und der drei Positionskomponenten in der Datei enthalten sein. Soll die numerische Differenziation auf der Geschwindigkeit basieren, muss auch diese beinhaltet sein. Ein „*“ dient als Platzhalter für die jeweilige Flugnummer (Zahlen und Buchstaben erlaubt). So können mehrere Flüge gleichzeitig eingelesen werden.
- **IMU:** In diesem Feld wird das Schema der Dateinamen mit den IMU-Beschleunigungsdaten eingegeben. Die Datei muss als DAT- oder TIX-Datei (entwickelt von Becker (2016)) vorliegen. Soll die temperaturabhängige Korrektur angebracht werden, muss die Datei im TIX-Format vorhanden sein und neben der Zeit und den drei Komponenten der Beschleunigung auch die Sensortemperatur enthalten. Ein „*“ dient erneut als Platzhalter.
- **INTEGR:** Dieses Feld dient der Eingabe des Schemas der GNSS-/IMU-Integrationsdateien, wie sie nach Abschnitt 6.1.2 erhalten werden. Es müssen in jedem Fall die Zeit und die drei Komponenten der Orientierung vorliegend sein. Auch hier ist „*“ zu verwenden.
- **Select flights:** In diesem Auswahlfeld werden die Flüge ausgewählt, deren Schwerestörung bestimmt werden soll. Das Programm erkennt automatisch, welche Flugnummern zu den gegebenen Dateischemata im Ordner „Input“ vorhanden sind.
- **Base gravity file:** Hier ist der Dateiname der Datei anzugeben, in der die terrestrisch gemessene Schwere und der Normalschwere an den Punkten des Alignments an den Flugplätzen gespeichert sind. Es werden ASC-Dateien verwendet, wie sie auch in Becker (2016) benutzt wurden. In den Dateien beginnt der Bereich für einen neuen Flugplatz mit einem „*“. Anschließend folgt mit dem IATA airport code (International Air Transport code) die eindeutige ID des Flugplatzes. In der nächsten Zeile ist die gemessene (absolute) Schwere, in der übernächsten die Normalschwere angegeben. Die Schwerestörung am Flugplatz lässt sich damit über Gleichung (2.6) bestimmen. Kommentare können mit einer „#“ initialisiert werden.
- **Movement time and airport file:** Dieses Feld dient der Bezeichnung einer FI-Datei, die die Start- und Landeflugplätze sowie die Epochen der Bewegung enthält und ebenfalls in Becker (2016) verwendet wurde. Jeder Bereich eines Fluges beginnt mit einem „*“, gefolgt von der Flugnummer. In der nächsten Zeile stehen die IATA-Codes des Start- und Landeflugplatzes, getrennt durch ein Leerzeichen. Die folgende Zeile enthält (optional) den Prozessierungsstart und den Start der Bewegung, die letzte Zeile das Ende der Bewegung und (optional) das Prozessierungsende.

7.2. Funktionalität

„Process“

Im Panel „Process“ wird über Ankreuzfelder eingestellt, welche der vier möglichen Prozessierungsschritte durchgeführt werden sollen.

- **Compute flights:** Bei Auswahl dieses Felds wird die Schwerestörung nach Abschnitt 6.2 (neu) berechnet. Zu Beginn muss dieses Feld ausgewählt sein.
- **Identify flight lines:** Hiermit lassen sich Fluglinien nach Abschnitt 6.5.1 bestimmen.
- **Compare with indirect results:** Dieses Feld dient der Aktivierung des Vergleichs mit den Ergebnissen, die mit der Indirekten Methode (vgl. Abschnitt 4.2.1) für dieselben Flüge erhalten wurden.
- **Crossover point analysis:** Ist dieses Feld ausgewählt, wird eine Kreuzungspunktanalyse nach Abschnitt 4.3.1 durchgeführt.

-
- **Start processing:** Hiermit werden die ausgewählten Prozessierungsschritte gestartet.

„Compute flights“

- **Close old figures:** Legt fest, ob offene Fenster mit Visualisierungen vorangegangener Prozessierungen geschlossen werden sollen.
- **Parallel Computing:** Wird die Schwerestörung mehrerer Flüge berechnet, lässt sich die Prozessierungsdauer hiermit durch die parallele Nutzung mehrerer Prozessorkerne deutlich reduzieren.
- **Apply lever arm correction IMU/GNSS:** Soll die Hebelarmkorrektur nach Abschnitt 6.4.2 erfolgen, ist in das entsprechende Feld der Hebelarm im körperfesten FRD-Koordinatensystem einzugeben. Die Eingabe muss als Spaltenvektor in MATLAB-Schreibweise erfolgen.
- **Save input data to mat file:** Ist dieses Feld ausgewählt, werden die Daten der eingelesenen GNSS-, IMU- und INTEGR-Dateien als MAT-Datei abgespeichert. Bei einem erneuten Einlesen derselben Dateien wird die Prozessierungsdauer deutlich verkürzt, indem die MAT-Datei eingelesen wird. Nur wenn die Schemata der Dateinamen geändert werden, ist ein erneuter Datenimport erforderlich.
- **Data used for numerical differentiation:** Legt fest, ob GNSS-Positions- oder -Geschwindigkeitsdaten zur numerischen Differenziation verwendet werden (vgl. Abschnitt 6.2.2).
- **Differentiation method:** Über ein Ausklappenmenü wird eine Methode nach Abschnitt 3.2.4 zur numerischen GNSS-Differenziation ausgewählt.
- **Load orientation from MTIX file:** Sollen die Orientierungen statt aus der GNSS-/IMU-Integration aus einer anderen Quelle (z.B. Ergebnisse der Indirekten Methode) verwendet werden, ist im entsprechenden Feld der Dateiname der MTIX-Datei einzugeben.
- **IMU pre-processing:** Hier sind die Parameter der IMU-Vorprozessierung nach Abschnitt 6.2.4 festzulegen: Soll ein Filter oder ein gleitendes Mittel zur Glättung verwendet werden und soll diese Glättung im (lokalen) Navigations- oder im körperfesten Koordinatensystem erfolgen? Bei Auswahl eines gleitenden Mittels ist zudem dessen Länge in das entsprechende Feld einzugeben.
- **Interpolation method:** In diesem Ausklappenmenü werden die von MATLAB bereitgestellten Interpolationsmethoden (z.B. linear, nächster Nachbar, kubisch, Spline) zur Auswahl gegeben, die zur Interpolation zwischen verschiedenen Epochen verwendet werden soll.
- **Apply IMU temperature correction:** Ist dieses Feld ausgewählt, wird die temperaturabhängige Korrektur an die Daten der vertikalen IMU-Beschleunigungen nach Abschnitt 6.4.3 angebracht. In diesem Fall ist der Dateiname einer MAT-Datei anzugeben, in der die Koeffizienten des Splines angegeben sind, das zur Approximation der Kalibrierungsfunktion dient.
- **Apply empirical azimuth correction:** Bestimmt ob die empirische azimutabhängige Korrektur nach Abschnitt 6.4.4 angebracht werden soll. Falls ja, ist der Betrag des Korrekturfaktors c einzugeben.
- **Exclude epochs...:** Nach Abschnitt 6.3 sind zur Vermeidung von durch die Filterung verursachten Randeffekten äußere Epochen der gefilterten Schwerestörung abzuschneiden. Hier kann ausgewählt werden, ob alle Epochen außerhalb des Zeitraums der Bewegung oder eine bestimmte Anzahl an Epochen am Anfang und Ende abgeschnitten werden sollen.
- **Bias determination method:** Hier wird festgelegt, ob Bias und lineare Driften der Schwerestörung entfernt werden sollen. Falls ja, kann zwischen den drei in Abschnitt 6.4.1 beschriebenen Methoden gewählt werden.
- **Plot each flight's...:** Sofern die parallele Prozessierung deaktiviert ist, lassen sich hiermit eine Reihe von Plots für die einzelnen Flüge auswählen. Dargestellt werden können die Ergebnisse der numerischen GNSS-Differenziation (Abbildung 6.6), die Flugtrajektorie (Abbildung 6.4), die Orientierung des Flugzeugs in Form der Eulerwinkel (Abbildung 6.5), die temperaturabhängige

IMU-Korrektur (Abbildung 6.15), die geglättete IMU-Beschleunigung (spezifische Kraft, Abbildung 6.8), die ungefilterte Schwerestörung vektoriell (Abbildung 6.11) oder skalar, die skalare Schwerestörung mit (Abbildung 6.12) oder ohne (Abbildung 6.13) Bias und Drift sowie die skalare Schwerestörung visualisiert auf einer Karte, bei der die Höhe der Schwerestörung farblich codiert wird (Scatterplot).

- **Plot combined...**: Um einen Überblick über die Ergebnisse aller ausgewählten Flüge zu erhalten kann ein Scatterplot all dieser Flüge (Abbildung 9.15) und ein Balkendiagramm mit den jeweiligen Bias und Driften der einzelnen Flüge (Abbildung 9.18) dargestellt werden.

„Filter design“

Zum Design der Tiefpassfilter für IMU-Beschleunigungen – falls nicht das gleitende Mittel ausgewählt wurde – und der Schwerestörung stehen die gleichen Optionen zur Verfügung. Es lassen sich die in Abschnitt 6.3 vorgestellten 12 Filtervarianten mit den entsprechenden Parametern (vgl. Abbildung 6.10) auswählen. Je nach gewähltem Filtertyp (**IMU input filter type**) werden automatisch die Felder der Parameter deaktiviert, die zum Entwurf dieses Filtertyps von MATLAB nicht abgefragt werden.

Über das Auswahlkästchen „**Visualize filter properties**“ wird das von MATLAB bereitgestellte Filter Visualization Tool gestartet (Abbildung 9.2 bis Abbildung 9.5). Mit diesem lassen sich beispielsweise Amplituden- und Phasengang, Impuls- und Schrittantwort, das Pol-Nullstellen-Diagramm oder Filterparameter anzeigen (MathWorks, 2017).

„Identify flight lines“

Im Panel „Identify flight lines“ lassen sich die Einstellungen zur Identifikation der Fluglinien wählen. Als Optionen stehen die vier in Abschnitt 6.5.1 vorgestellten Parameter zur Verfügung.

Ist das Auswahlkästchen „**Plot scattered lines**“ gewählt, wird ein Scatterplot aller gewählten Flüge erzeugt, wobei nur noch die Fluglinien ohne Kurven (vgl. Titelbild) dargestellt werden.

„Compare with indirect results“

Zum Vergleich zwischen Direkter und Indirekter Methode sind mehrere Einstellungen vorzunehmen:

- **Indirect result file**: Hier ist der Dateiname der MTIX-Datei anzugeben, in der die Ergebnisse der Prozessierung mittels Indirekter Methode gespeichert sind. Das benötigte Dateiformat ist mit den Ergebnissen von Becker (2016) kompatibel.
- **Compare all inner data**: Ist dieses Auswahlkästchen gewählt, wird ein Vergleich der Ergebnisse beider Methoden für alle Daten durchgeführt, abgesehen von den entfernten Daten zu Beginn und Ende der einzelnen Flüge (→ „Exclude epochs...“). Der Vergleich erfolgt bezüglich Schwerestörung, der Position und der Orientierung. Insbesondere werden die Residuen geplottet sowie RMS und RMSE mithilfe der Gleichungen (4.8) und (4.11) berechnet.
- **Compare only line data**: Es erfolgt ein Vergleich analog zur vorherigen Option. Allerdings werden nur die Daten entlang der Fluglinien verglichen, um ein Genauigkeitsmaß für die Fluglinien ohne -kurven zu erhalten.

- **Indirect processing direction:** Die Ergebnisse der Indirekten Methode liegen sowohl vorwärts als auch rückwärts prozessiert vor. Hier kann ausgewählt werden, welche Prozessierungsrichtung zum Vergleich herangezogen werden soll.

„Crossover analysis“

Auch für die Kreuzungspunktanalyse stehen mehrere Optionen zur Verfügung:

- **Use flight lines only:** Wenn dieses Auswahlkästchen gewählt ist, werden Kreuzungspunkte nach Abschnitt 6.5.2 nur im Bereich der Fluglinien gesucht.
- **Minimal/maximal...:** Zur zielgerichteten Identifikation der Kreuzungspunkte stehen die in Abschnitt 6.5.2 definierten drei Parameter bereit.
- **Crossover adjustment:** Werden die Kreuzungspunkte ausschließlich entlang der Fluglinien gesucht, kann hiermit eine Kreuzungspunktjustierung ermöglicht werden.
- **Show vectorial results (NED):** Bei Kreuzungspunkten entlang der Fluglinien lassen sich mit dieser Option neben den Ergebnissen der vertikalen Komponente der Schwerestörung auch die Ergebnisse der horizontalen Komponenten anzeigen.
- **Plot...:** Zur Visualisierung der Ergebnisse der Kreuzungspunktanalyse lassen sich verschiedene Plots erzeugen. Zum einen kann ein Scatterplot der Trajektorie mit Kreuzungspunkten erstellt werden, in dem die Schwerestörung entlang der Trajektorie oder die Residuen an den Kreuzungspunkten (Abbildung 9.19) farbig visualisiert werden können. Zum anderen lassen sich die Residuen der Kreuzungspunkte in einem nach Fluglinien gegliederten Diagramm (sofern die Fluglinien verwendet werden, Abbildung 9.20) oder in Form eines Histogramms (Abbildung 9.22) darstellen.

7.3. Ausgabe

„Export“

Während der Prozessierung wird im MATLAB-Command Window ein *Protokoll* („log file“) ausgegeben, anhand dessen der aktuelle Stand der Prozessierung deutlich werden soll. Es wird beispielsweise angezeigt, die Daten welcher Flüge bereits importiert wurden, für welche Flüge die Schwerestörung bereits bestimmt ist, wie viele Fluglinien und Kreuzungspunkte gefunden werden, wie genau die Ergebnisse sind (RMS/RMSE) und wie viel Zeit die einzelnen Prozessierungsschritte in Anspruch nehmen. Auch Hinweise und Warnungen werden in das Protokoll übernommen.

Über das Panel „Export“ lassen sich verschiedene Ausgabedateien erzeugen, die im Ordner „Output“ gespeichert werden. Die Dateinamen werden dabei automatisch mit dem aktuellen Datum und der Uhrzeit der Systemzeit versehen, um eine eindeutige Zuordnung der Dateien zu ermöglichen und versehentliches Überschreiben von Dateien zu vermeiden.

Mithilfe der Schaltfläche „**Save log file**“ wird das bereits im Command Window angezeigte Protokoll als ASCII-Textdatei mit der Endung „LOG“ exportiert. Ein auf diese Weise exportiertes Protokoll ist im Anhang zu finden (Anhang B). Zum Löschen der bisherigen Aufzeichnungen des Protokolls ist die Schaltfläche „**Clear logs**“ zu betätigen. So lässt sich verhindern, dass Meldungen aus vorherigen Prozessierungen im Protokoll abgespeichert werden.

Immer, wenn das Protokoll gespeichert wird, wird zeitgleich eine *MAT-Datei mit den aktuellen Einstellungen* gespeichert. Dadurch kann nachvollzogen werden, unter welchen Einstellungen die Ergebnisse

des Protokolls zustande kamen. Die MAT-Datei erhält – von der Endung abgesehen – den gleichen Dateinamen wie das zugehörige Protokoll, um eine eindeutige Zuordnung der beiden Dateien zu ermöglichen

Neben dem Protokoll lassen sich die eigentlichen Ergebnisse der Schwerestörung in eine ASCII-Datei, genannt AGD-Format („*Airborne Gravity Disturbance File*“) exportieren. Hierzu stehen mehrere Optionen bereit:

- **All (inner) data / Flight lines only:** Es können entweder die Daten der gesamten Trajektorie, abgesehen von den entfernten Daten zu Beginn und Ende der einzelnen Flüge (→ „Exclude epochs...“), oder ausschließlich die Daten der Fluglinien exportiert werden. Letztere Option steht selbstverständlich nur zur Verfügung, wenn Fluglinien identifiziert wurden. Werden die kompletten Trajektorien exportiert, geschieht dies immer in Form der nicht-justierten vertikalen Komponente.
- **Not adjusted / Adjusted / Combined:** Werden nur die Daten der Fluglinien exportiert und wurde eine Kreuzungspunktjustierung durchgeführt, können entweder nur die nicht justierten, nur die justierten Daten oder kombinierte Daten exportiert werden. Bei einer Kombination werden die justierten Daten bevorzugt. Fluglinien, bei denen aufgrund zu weniger Kreuzungspunkte keine Justierung durchgeführt werden konnte, sind mit ihren nicht-justierten Daten im Export enthalten. Sind nicht-justierte Daten im Export beinhaltet, wird ausschließlich die vertikale Komponente der Schwerestörung ausgegeben.
- **North, East, Down / Down only:** Sollen nur die justierten Daten exportiert werden, kann hiermit zwischen einer rein skalaren Ausgabe und der vektoriellen Ausgabe mit den drei Komponenten Nord, Ost, Unten gewählt werden.
- **Export data:** Mit dieser Schaltfläche wird der Export der AGD-Datei gestartet.

Die AGD-Datei ist ähnlich wie die aus Waypoint exportierten Dateien (vgl. Abschnitt 6.1) in zwei Bereiche eingeteilt, den Header und den Datenteil. Ein Beispiel für eine AGD-Datei ist im Anhang zu finden (Anhang C). Der Header ist dadurch gekennzeichnet, dass seine Zeilen mit einer „#“ beginnen. In diesem Bereich werden zu den einzelnen Spalten die Variablenbezeichnungen mit den verwendeten Einheiten angegeben. Im Datenteil entspricht jede Zeile einer Epoche. Die einzelnen Variablen haben eine feste Breite und sind durch Leerzeichen getrennt.

Die folgenden Variablen werden exportiert:

- **DoY:** Entsprechen die ersten drei Stellen der Flugnummer dem Tag des Jahres (Day of Year), wird über diesen Parameter der Tag des Jahres [d] ausgegeben, um mit einem bekannten Jahr eine eindeutige zeitliche Zuordnung der Daten zu ermöglichen.
- **t:** Zeit in Form von GPS-Wochensekunden [s]
- **lon/lat:** Ellipsoidische Länge und Breite [Dezimalgrad]
- **h:** Ellipsoidische Höhe [m]
- **dg_N/dg_E/dg_D:** Komponenten der Schwerestörung [mGal] in Navigationskoordinaten – Die Nord- und Ostkomponenten werden nicht ausgegeben, falls nur die vertikale Komponente exportiert werden soll.
- **gamma:** Über die zugehörige Normalschwere [mGal] wird eine schnelle Berechnung der Schwerebeschleunigung ermöglicht.
- **adj:** Diese Boolesche Variable gibt (insbesondere bei kombiniertem Export) an, ob zur jeweiligen Epoche justierte (adj=1) oder nicht-justierte Daten (adj=2) vorliegen, um die Genauigkeit der jeweiligen Schwerestörung besser einschätzen zu können.

Im Dateinamen der AGD-Datei ist neben dem Zeitstempel des Exports auch enthalten, ob alle Daten („Inner“) oder nur die Daten der Fluglinien („Lines“) beinhaltet sind. Zudem ist in die Bezeichnung integriert, ob die Daten justiert („Adj“), nicht-justiert („NAdj“) oder kombiniert („Comb“) sind.

8. Untersuchte Messkampagnen

Für die untersuchten Messkampagnen wurde eine Inertiale Messeinheit (IMU) des Typs RQH-1003 des Herstellers iMAR verwendet (vgl. Abbildung 8.1). Die IMU beinhaltet im Wesentlichen drei Akzelerometer des Typs Q-Flex® QA-2000 sowie drei Gyroskope des Typs GG1320A von Honeywell. Bei den Akzelerometern wird ein Quarz als Testmasse zur Beschleunigungsmessung verwendet, die Kreismessungen erfolgen mittels Ring-Laser-Gyroskopen. Dabei wird ein Laserimpuls auf eine ringförmige Bahn geschickt. Liegt eine Rotation vor, unterscheidet sich die Durchlaufgeschwindigkeit von derjenigen, die mit Lichtgeschwindigkeit in Ruhe zu erwarten wäre.



Abbildung 8.1: Verwendete IMU: iMAR RQH-1003 (aus Becker (2016))

Zur Verbesserung des IMU-Zeitstempels wird ein Ein-Frequenz-GPS-Empfänger von uBlox an die IMU angeschlossen. Die Zeitmessung der IMU wird über die präzisere GPS-Zeit korrigiert. Aus der IMU lässt sich eine interne Sensortemperatur auslesen. Nähere Informationen zu der verwendeten IMU und deren Herstellerangaben sind in Becker (2016) und iMAR Navigation (2012) zu finden.

Die maximale Ausgabefrequenz der IMU beträgt 300 Hz und wird im Rahmen dieser Thesis verwendet. Bei den verschiedenen Messkampagnen wurden verschiedene Flugzeuge und GNSS-Empfänger verwendet.

Die Flüge der einzelnen Messkampagnen sind nach dem Tag des Jahres (Day of Year) benannt, an dem sie stattfanden. Erfolgt mehrere Flüge am selben Tag, wird dem Namen ein Kleinbuchstabe (a, b, ...) hinzugefügt.

8.1. Malaysia 2014

Die Messkampagne Malaysia 2014 wurde Ende August 2014 in Malaysia an der Nordwestküste Borneos durchgeführt (vgl. Abbildung 8.3). Ausgangspunkt aller Flüge war Kota Kinabalu. Von dort wurde vor allem nach Nordwesten über dem Südchinesischen Meer geflogen. Mit Abständen zwischen den Fluglinien von 10 km über See und 5 km an der Küste misst die abgedeckte Fläche etwa 68.000 km².

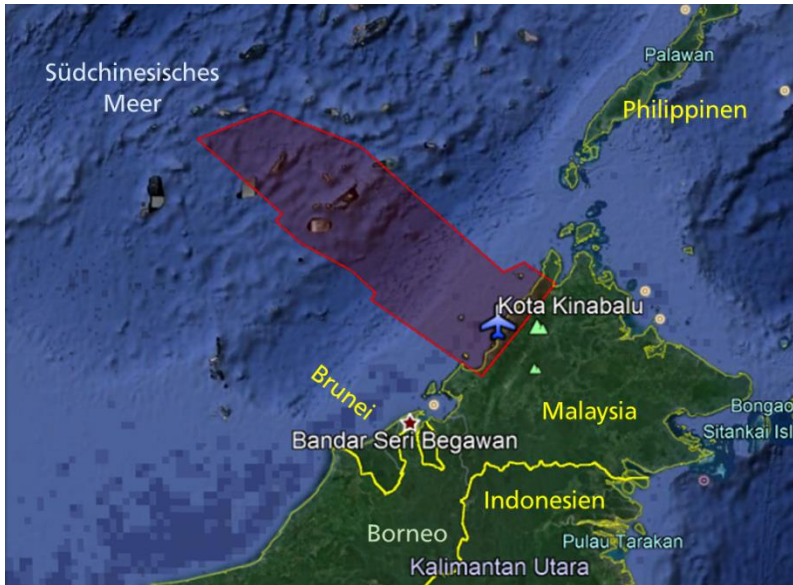


Abbildung 8.2 (oben): Eine Beechcraft King Air 350 (Quelle: captmoonbeam.com)

Abbildung 8.3 (links): Von der Flugkampagne Malaysia 2014 abgedeckter Bereich (rot) (erstellt mit Google Earth, bearbeitet)

Als Fluggerät diente eine zweimotorige Propellermaschine des Typs Beechcraft King Air 350 (vgl. Abbildung 8.2). Insgesamt wurden 12 Flüge mit einer mittleren Fluggeschwindigkeit von 88 m/s und einer durchschnittlichen Flughöhe von 1,9 km absolviert. Dabei wurden knapp 13.000 km mit dem Flugzeug zurückgelegt. Die durchschnittliche Höhe der Topografie unter den Fluglinien beträgt unter Berücksichtigung des Meeresgrundes etwa -1,3 km mit einer Standardabweichung von 1,0 km (Becker, 2016).

Ein Parameter, der Aufschluss über die Turbulenzen während eines Fluges gibt, ist der sogenannte *RMS-g*. Er ist als die Standardabweichung – nicht der RMS – der vertikalen Beschleunigungen des Flugzeugs definiert. Es gehen zwar auch Flugmanöver in den *RMS-g* ein – diese sollten jedoch im Rahmen der Fluggravimetrie eine eher geringe Rolle spielen. Bei Malaysia 2014 wurde ein *RMS-g* von 69 mm/s² erreicht (Becker, 2016). GNSS-Beobachtungen liegen mit einer Frequenz von 5 Hz vor.

8.2. Mosambik/Malawi 2015

Die Messkampagne Mosambik/Malawi 2015 setzt sich aus zwei Teilkampagnen zusammen, die im Oktober 2015 absolviert wurden (vgl. Abbildung 8.5). Zunächst wurde ein Teilgebiet im Westen Mosambiks an der Grenze zu Sambia und Simbabwe befliegen, das im Wesentlichen dessen Provinz Tete entspricht. Ausgangspunkt für diese Flüge war der Flughafen Tete. Im zweiten Teil wurde Malawi komplett befliegen, wobei die Starts und Landungen jeweils in Lilongwe erfolgten. Lediglich der letzte Flug führte zum Zielflugplatz Daressalam im Osten Tansanias am Indischen Ozean. Die abgedeckte Fläche ist mit ungefähr 265.000 km² deutlich größer als in Malaysia.

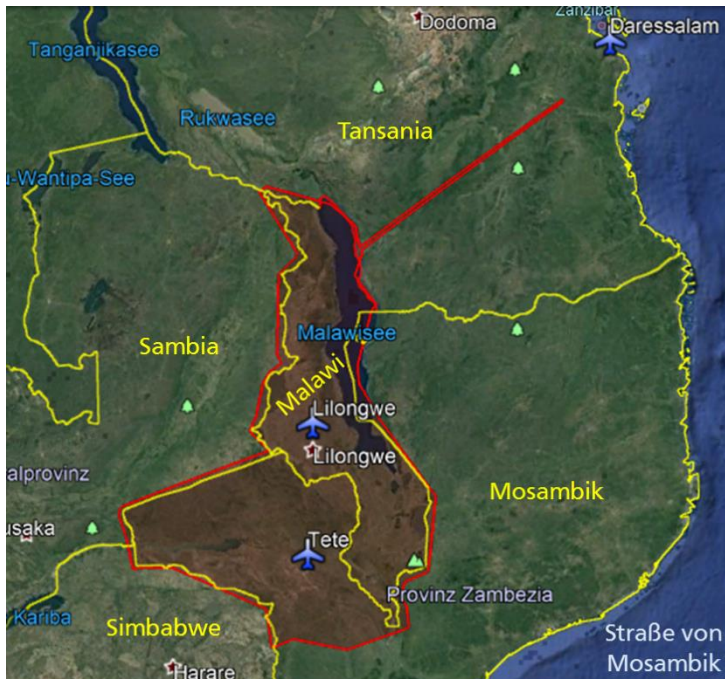


Abbildung 8.4 (oben): Eine Cessna 208 Caravan
(Quelle: Wikipedia)

Abbildung 8.5 (links): Von der Flugkampagne
Mosambik/Malawi 2015 abgedeckter Bereich (rot)
(erstellt mit Google Earth, bearbeitet)

Beim verwendeten Flugzeug handelte es sich um eine Cessna 208 Caravan (vgl. Abbildung 8.4). Damit wurden mit 21 Flügen und über 27.000 km eine deutlich größere Flugdistanz absolviert als bei Malaysia 2014. Die mittlere Geschwindigkeit auf den Fluglinien war mit etwa 76 m/s etwas geringer, die Flughöhe mit ungefähr 3,3 km dagegen etwas höher, was aber durch eine höhere Geländehöhe von etwa 0,7 km teilweise ausgeglichen wird. Die Standardabweichung der Geländehöhe war mit 0,4 km weniger als halb so groß wie in Malaysia, was für eine flachere Topografie spricht (Becker, 2016).

Der Verlauf der IMU-Sensortemperatur zeigte während des Fluges weniger Schwankungen als diejenige der Flüge von Malaysia 2014, was durch die Klimatisierung der Cessna zu erklären ist. Die Aufwärmphase am Start war jedoch vorhanden und beim Alignment nach der Landung kam es ebenfalls zu Temperaturanstiegen, nachdem die Klimaanlage deaktiviert wurde. Die auftretenden Turbulenzen waren vermutlich stärker als in Malaysia, was an einem RMS-g-Wert von 95 mm/s² abzulesen ist (Becker, 2016). Die Frequenz der GNSS-Beobachtungen beträgt 2 Hz.

9. Ergebnisse

9.1. Die Suche nach dem optimalen Ergebnis

Bei der Vielzahl an Parametern, die im entwickelten MATLAB®-Programm einstellbar sind, ist es eine Herausforderung, die Kombination der Parameter zu identifizieren, die die besten Ergebnisse liefert. Während der Programmentwicklung werden einige Kenntnisse über günstige Parameter gewonnen. Die erwartete beste Kombination dient nun als Referenz, anhand derer Änderungen bezüglich der möglichen Parameter getestet werden, um Optimierungspotenzial erkennen zu können.

Am Beispiel des Datensatzes von Malaysia 2014 wird das Verfahren im folgenden Abschnitt gezeigt, wodurch nebenbei der Einfluss der einzelnen Parameter auf die Gesamtgenauigkeit verdeutlicht wird. Bezüglich der Messkampagne Mosambik/Malawi 2015 wird das Verfahren ähnlich durchgeführt, wobei nur die Parameter mit den bedeutendsten Änderungen erläutert werden.

Zum Verfahren ist anzumerken, dass es sich bei den berechneten Genauigkeitsangaben um stochastische Größen handelt, die auf den (von systematischen Abweichungen abgesehen) zufällig verteilten Residuen basieren. Theoretisch müssten alle Flüge wiederholt werden, um eine sichere Aussage über die besten Einstellungen treffen zu können und um eine möglichst realistische Genauigkeit angeben zu können. Mit den gegebenen Messungen lassen sich jedoch die Parameter so bestimmen, dass sie zumindest am wahrscheinlichsten das beste Ergebnis liefern. Es kann zudem beobachtet werden, dass sich nicht unbedingt bei allen Kenngrößen der Genauigkeit mit den gleichen Parametern das beste Ergebnis einstellt.

Zur Qualitätsanalyse werden die folgenden Einstellungen verwendet:

- Identifikation der Fluglinien (vgl. Abschnitt 6.5.1): Minimale Fluglinienlänge: 50 km; Minimale Höhe: 1000 m; Maximale Azimutvariation: 5°; Anzahl auszuschließender Epochen: 400
- Vergleich mit Ergebnissen der Indirekten Methode: Ausschließliche Betrachtung der rückwärts prozessierten Fluglinien
- Kreuzungspunktanalyse (vgl. Abschnitte 6.5.2 und 6.5.3): Minimaler Schnittwinkel: 5°; Maximale Höhendifferenz: 100 m (Malaysia), 85 m (Mosambik/Malawi); Minimale Höhe: 500 m

Wenn in diesem Kapitel von Genauigkeiten die Rede ist, ist damit stets der RMSE (die Standardabweichung der Schwerestörung eines einzelnen Fluges) gemeint (vgl. Abschnitt 4.3.1). Die Standardabweichungen nach erfolgter Kreuzungspunktjustierung beinhalten die Korrekturfaktoren (vgl. Abschnitt 6.5.3), was beim Vergleich zu anderen Auswertungen ohne derartige Korrekturfaktoren zu berücksichtigen ist.

9.1.1. Malaysia 2014

Mit den gewählten Einstellungen zur Qualitätsanalyse werden 99 Kreuzungspunkte im Datensatz Malaysia 2014 identifiziert, von denen 96 bei der Kreuzungspunktjustierung verwendbar sind. Bei mehreren Flügen wurden Modifizierungen bezüglich der GNSS-Prozessierung erforderlich, um verwertbare Ergebnisse zu erhalten. So musste teilweise das Alignment manuell angepasst werden (vgl. Abschnitt 6.1.2), eine Richtung von der GNSS-Prozessierung ausgeschlossen werden oder verschiedene der auf dem Flugzeug angebrachten GNSS-Empfänger verwendet werden.

Die folgenden Referenzeinstellungen werden für den Malaysia-Datensatz zunächst vorgegeben (vgl. Abschnitt 7.2):

- Hebelarmkorrektur IMU/GNSS: ja

- Numerische Differenziation: Positionslösungen als Ausgangsdaten, Ableitung über 1. Differenzenquotient
- IMU-Vorprozessierung: Filterung in Navigationskoordinaten
- Interpolation: linear
- Temperaturabhängige Korrektur: ja
- Empirische azimutabhängige Korrektur: ja mit $c = 3,3 \text{ mGal}$
- Bias- und Driftbestimmung: Jeweils Abschneiden der äußeren 1000 Epochen, Mittelwert von 1. verbleibender Epoche bis zum Bewegungsbeginn, Ende analog

Zu diesen Einstellungen werden zunächst passende Filter für die Schwerestörung und die IMU-Beschleunigungen gesucht.

Filterung der Schwerestörung

Alle implementierten Filtervarianten (vgl. Abschnitt 6.3) werden mit verschiedenen Parametern getestet. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden hier nur die wesentlichen Ergebnisse vorgestellt.

Auf Basis von Filtern, mit denen vielversprechende Ergebnisse erzielt werden, werden Näherungswerte für das Stempel-Matrizen-Schema erstellt:

- Kehrwerte von Durchlass-, Sperrfrequenz: 200 bzw. 6 s
- Rippel im Durchlassbereich: 2 dB
- Minimaler Betrag der Dämpfung im Sperrbereich: 55 dB
- Filterordnung: 1024
- Kehrwerte der Cutoff-Frequenzen (-6 bzw. -3 dB): 130 bzw. 160 s

Diese Anfangswerte werden bei den verschiedenen Filtertypen in einem iterativen Verfahren angepasst, um die Ergebnisse zu optimieren. Nur mit wenigen Filtertypen werden zufriedenstellende Genauigkeiten erreicht. Insbesondere bei IIR-Filtern werden keine brauchbaren Ergebnisse erhalten. Gründe hierfür können in den Eigenschaften von IIR-Filtern zu finden sein (vgl. Abschnitt 3.3.2): Sie zeigen kein linearphasiges Verhalten, können Verzerrungen verursachen und zudem instabil sein.

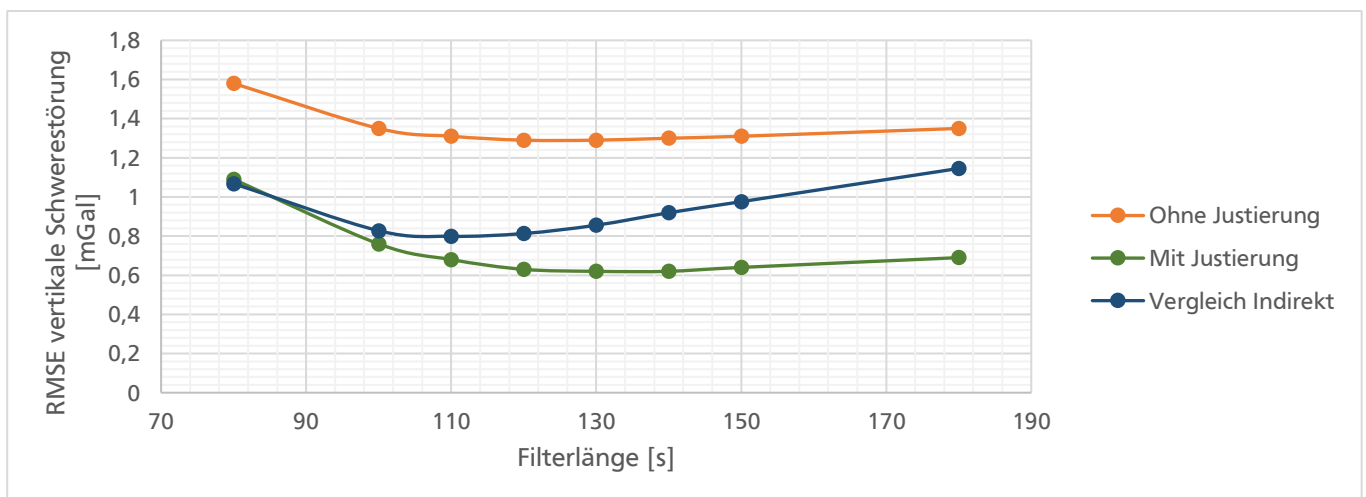


Abbildung 9.1: Test verschiedener Filterlängen beim Filter der Schwerestörung (Malaysia 2014)

Mit allen Varianten zum Entwurf eines FIR-Filters lassen sich für die vertikale Schwerestörung Standardabweichungen (RMSE) im Bereich von 1 bis 2 mGal erreichen. Wird eine Kreuzungspunktjustierung

durchgeführt, werden Werte im Sub-mGal-Bereich erhalten. Nur bezüglich der horizontalen Komponenten der Schwerestörung schneidet das Filterdesign mit minimaler Ordnung über die Optimalmethode um wenige mGal schlechter ab als die anderen FIR-Filter.

Bei Verwendung der Fenstermethode mit festgelegter Filterordnung lassen sich die unter Nutzung verschiedener Fenster erhaltenen Ergebnissen vergleichen. Es lässt sich festhalten, dass die Genauigkeiten mit fast allen Fenstern (bis auf 0,02 mGal) nahezu identisch sind. Selbst bei einer Filterung mit dem einfachen Rechteckfenster steigt die Standardabweichung nur um 0,2 mGal. Nur das Flat-Top-Fenster ist noch ungeeigneter als das Rechteckfenster.

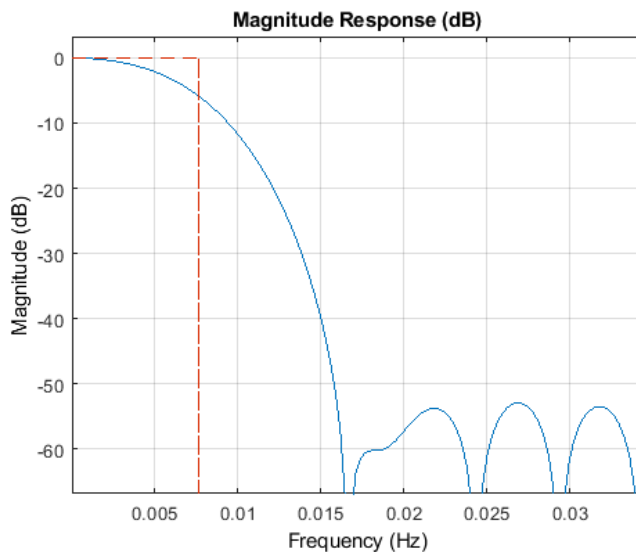


Abbildung 9.2: Amplitudengang des Tiefpassfilters für δg

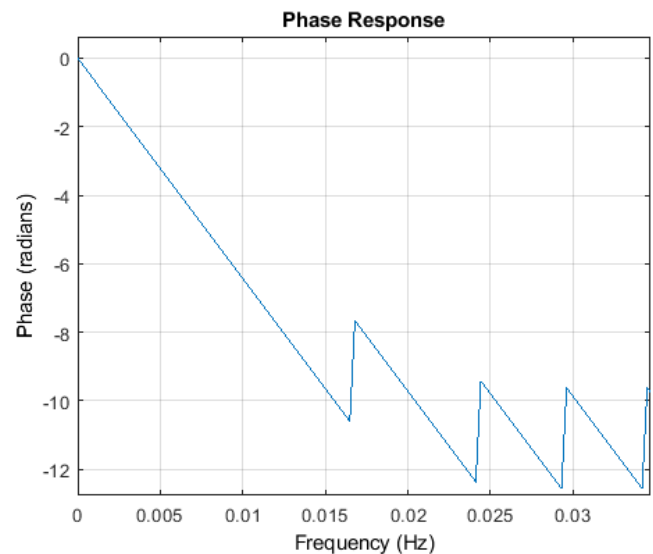


Abbildung 9.3: Phasengang des Tiefpassfilters für δg

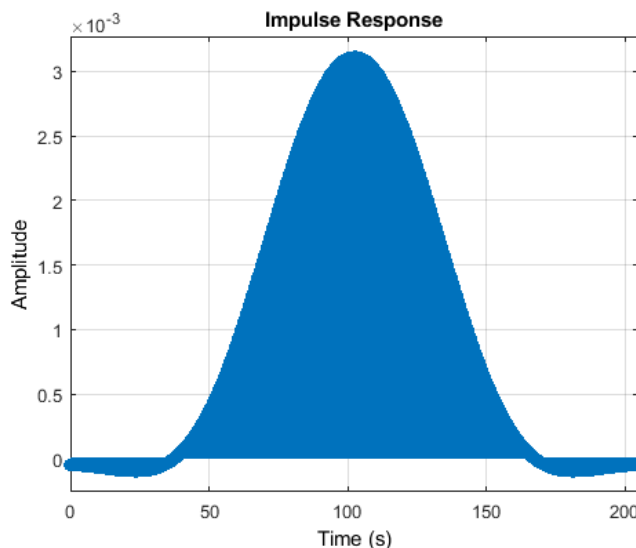


Abbildung 9.4: Impulsantwort des Tiefpassfilters für δg

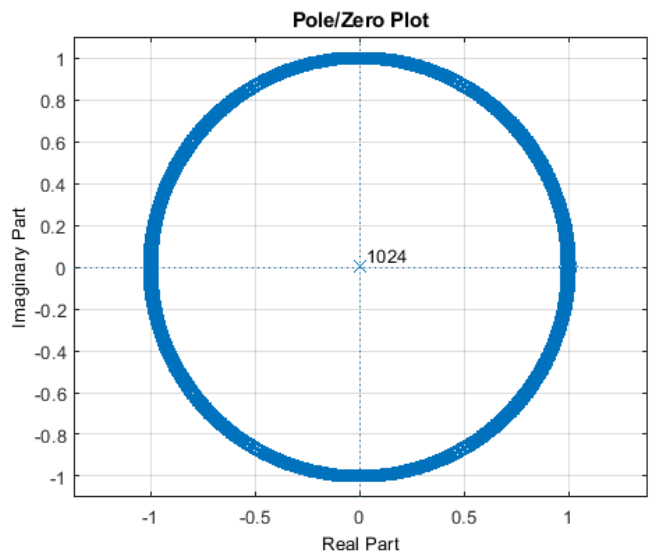


Abbildung 9.5: Pol-Nullstellen-Plot des Tiefpassfilters für δg

Die besten Ergebnisse unter den getesteten Varianten stellen sich beim Filterdesign eines FIR-Filters mit der Fenstermethode ein, wenn ein Filter der Ordnung 1024 mit einer Cutoff-Filterlänge von 130 s (Kehrwert der Cutoff-Frequenz, -6 dB) verwendet wird. Als Fensterfunktion dient das Hamming-Fenster.

Dieser Filtertyp wird auch mit weiteren Filterlängen getestet, doch mit und ohne Justierung ergibt sich hier die höchste Genauigkeit (Abbildung 9.1). Nur beim Vergleich mit der Indirekten Methode wird bei einer Filterlänge von 110 s der geringste RMSE erhalten. Dies könnte ein Indiz dafür sein, dass die Filterung der Indirekten Methode einer Filterung mit einer Filterlänge dieser Größenordnung entsprechen könnte.

Zur Veranschaulichung der Eigenschaften des erstellten Filters können die mit dem Filter Visualization Tool erstellten Grafiken dienen. Anhand des Amplitudengangs in Abbildung 9.2 ist erkennbar, dass die Cutoff-Frequenz (rot, $f_c = \frac{1}{130} \text{ Hz} \approx 0,008 \text{ Hz}$), die einer Dämpfung um 6 dB entsprechen soll, eingehalten wird. Im Durchlassbereich erfolgt von dort ausgehend eine schwächer werdende Dämpfung, im Sperrbereich nimmt die Dämpfung rasch stark zu. Der Phasengang ist linearphasig mit Sprungstellen an den Rändern der Dämpfungskeulen (vgl. Abbildung 9.4), wobei ein flacherer Verlauf des Phasengangs wünschenswert wäre.

Das Filter, das für eine Datenfrequenz von 5 Hz entworfen ist, hat eine mehr als drei Minuten andauernde Impulsantwort (vgl. Abbildung 9.4). Aus diesem Grund sind am Rand von Fluglinien Epochen zu entfernen, um Randeffekte zu vermeiden. Die Impulsantwort ist symmetrisch, was bedeutet, dass mit diesem Filter eine Verzerrung vermieden wird. Wie bei einem FIR-Filter zu erwarten, liegen alle 1024 Pole des Filters im Ursprung des Pol-Nullstellen-Diagramms (vgl. Abbildung 9.5). Es handelt sich demnach um ein stabiles Filter. Die Nullstellen liegen auf dem Einheitskreis.

Filterung der spezifischen Kraft

Während die Genauigkeiten der Schwerestörung eine recht hohe Sensitivität gegenüber dem Filtertyp und den Filterparametern zeigen, ist die Wahl des Filters zum Entfernen der hochfrequenten Schwingungen der IMU eher unkritisch. Mit fast allen Filtertypen lassen sich ähnlich gute Ergebnisse erzielen, wenn die folgenden Parameter des Stempel-Matrizen-Schemas in etwa eingehalten werden:

- Kehrwerte von Durchlass-, Sperrfrequenz: 3,0 bzw. 0,5 s
- Rippel im Durchlassbereich: 2 dB
- Minimaler Betrag der Dämpfung im Sperrbereich: 45 dB
- Filterordnung: 128
- Kehrwerte der Cutoff-Frequenzen (-6 bzw. -3 dB): 1 bzw. 2,6 s

Die nötigen Filterparameter sind vermutlich stark von der verwendeten IMU abhängig.

In Tabelle 9.1 sind die beispielhaft aus der Vielzahl an getesteten Filtern ausgewählten Filter erhaltenen Standardabweichungen aus der Kreuzungspunktanalyse eingetragen. Dabei sind die horizontalen und vertikalen Komponenten mit und ohne Kreuzungspunktjustierung, die vertikale Komponente beim Vergleich mit den (nicht-justierten) Ergebnissen der Indirekten Methode sowie die zugehörige Prozessierungsdauer zur Berechnung der Schwerestörung angegeben. Alle Genauigkeitsangaben beziehen sich, sofern nicht ausdrücklich anderslautend erwähnt, ausschließlich auf die Fluglinien ohne Flugkurven.

Tabelle 9.1: RMSE bei verschiedenen Methoden zur IMU-Filterung (alle Angaben außer Zeit in mGal)

	Nicht justiert			Justiert			Vgl. indirekt	Berechnungs- dauer $t[s]$
	δg_N	δg_E	δg_D	δg_N	δg_E	δg_D	δg_D	
FIR-Filter Fenstermethode	49,59	89,60	1,29	13,52	11,06	0,62	0,86	158
IIR-Filter Butterworth (ab sofort Referenz)	49,58	89,59	1,29	13,56	11,06	0,62	0,86	120

Die Prozessierungsdauer hängt vom verwendeten Rechner ab und ist zudem abhängig von laufenden Hintergrundprozessen. Sie bietet daher nur einen groben Überblick über Einstellungen, die den Prozess beschleunigen oder bremsen können. Alle angegebenen Werte wurden mit demselben Rechner erhalten.

In der ersten Zeile in Tabelle 9.1 wird, wie zur Filterung der Schwerestörung, ein FIR-Filter mit fester Ordnung mit der Fenstermethode entwickelt. In der zweiten Zeile wird ein IIR-Filter minimaler Ordnung mit dem Butterworth-Ansatz untersucht. Die getesteten Filter zeigen die größten Unterschiede hinsichtlich der Prozessierungsdauer. Daher wird das IIR-Filter ausgewählt. Die erhaltenen Ergebnisse dienen für die weiteren Untersuchungen als Referenz.

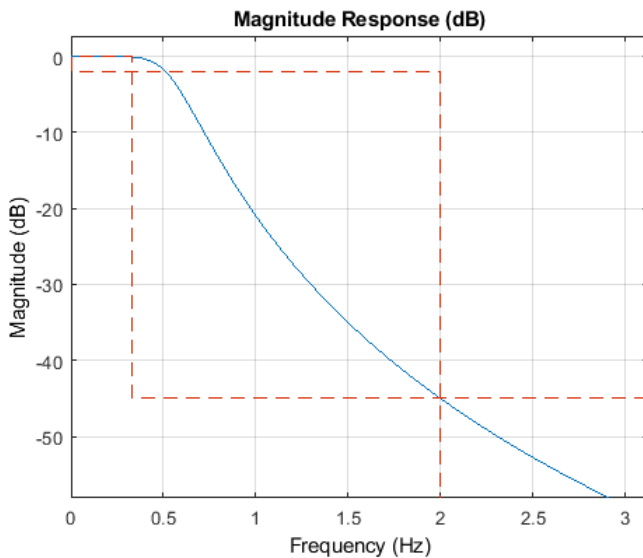


Abbildung 9.6: Amplitudengang des IMU-Tiefpassfilters

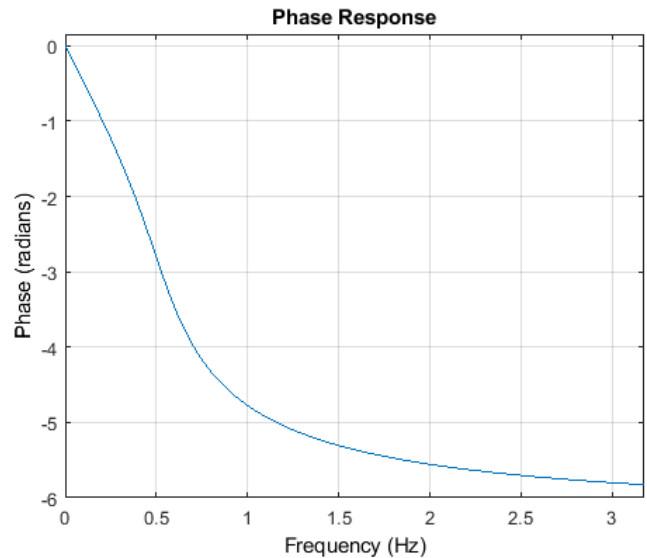


Abbildung 9.7: Phasengang des IMU-Tiefpassfilters

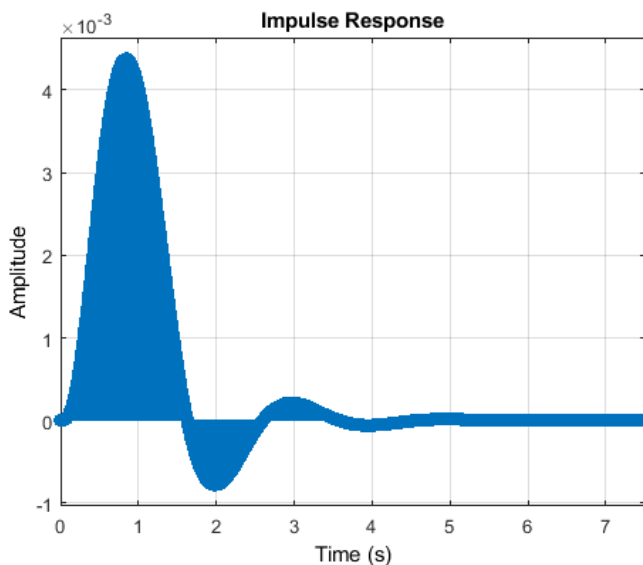


Abbildung 9.8: Impulsantwort des IMU-Tiefpassfilters

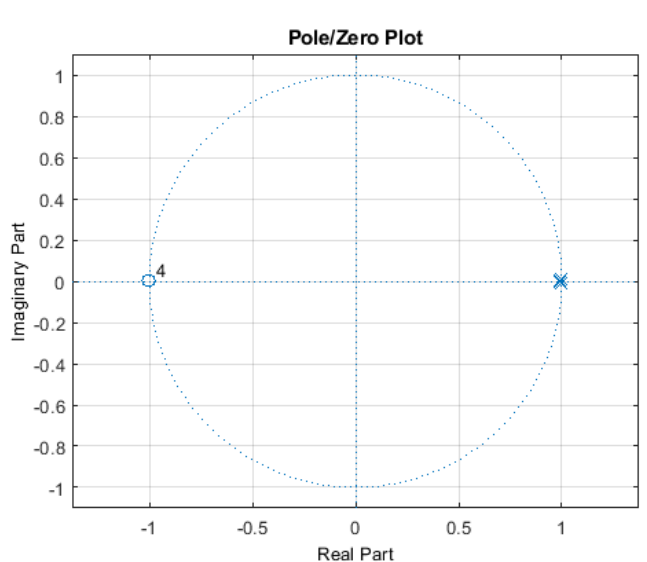


Abbildung 9.9: Pol-Nullstellen-Plot des IMU-Tiefpassfilters

In Abbildung 9.6 zeigt sich der für einen Butterworth-Filter typische glatte Verlauf des Amplitudengangs. Zudem ist erkennbar, dass das Stempel-Matrizen-Schema im Durchlass- und Sperrbereich für die obigen Parameter eingehalten wird (rote Markierungen). Mit dem gegebenen Rippel im Durchlassbereich

könnte der Beginn des Übergangsbereichs noch zum Durchlassbereich gezählt werden: Der eigentlich vom Filter erreichte Kehrwert der Durchlassfrequenz liegt bei etwa 2 statt 3 s. Der Phasengang ist, wie für ein IIR-Filter erwartet, nichtlinear (vgl. Abbildung 9.7).

Die Impulsantwort konvergiert gegen null (vgl. Abbildung 9.8) und liegt aufgrund der geringeren Filterlänge schon deutlich früher als das Filter der Schwerestörung (vgl. Abbildung 9.4) in einem Bereich nahe null. Dass das Filter stabil ist, zeigt sich auch daran, dass die Pole innerhalb des Einheitskreises im Pol-Nullstellen-Diagramm liegen (vgl. Abbildung 9.9), wenn auch nur knapp.

Hebelarmkorrektur

Wird die Hebelarmkorrektur deaktiviert, zeigen sich kaum Veränderungen bezüglich der erhaltenen Genauigkeiten auf den Fluglinien. Ohne Justierung verbessert sich die vertikale Schwerestörung sogar um 0,03 mGal. Beim Vergleich mit den Ergebnissen der Indirekten Methode wird ein um 0,02 mGal besseres Ergebnis angegeben. Die Genauigkeit nach Justierung zeigt sich jedoch unverändert. Dies ist ein Indiz dafür, dass sich die Hebelarmkorrektur auf den einzelnen Fluglinien ähnlich auswirkt. Wenn lediglich Fluglinien betrachtet werden, ist die Hebelarmkorrektur daher nicht unbedingt nötig und kann sich sogar negativ auf das Ergebnis auswirken.

Die Hebelarmkorrektur wirkt sich nur bei Orientierungsänderungen aus (vgl. Abschnitt 6.4.2). Daher ist ein positiver Effekt vor allem in den Flugkurven zu erwarten. Um dies zu untersuchen, wird die Genauigkeit der Kreuzungspunkte der gesamten Flugtrajektorie betrachtet. Ohne Identifikation der Fluglinien ist keine Justierung möglich. Es zeigt sich, dass die Hebelarmkorrektur das (nicht-justierte) Ergebnis um etwa 0,7 mGal und damit sehr deutlich verbessert (vgl. Tabelle 9.2).

Tabelle 9.2: RMSE mit und ohne Hebelarmkorrektur (alle Angaben außer Zeit in mGal)

Hebelarmkorrektur?	Nicht justiert			Justiert			Vgl. indirekt	Berechnungs- dauer $t[s]$
	δg_N	δg_E	δg_D	δg_N	δg_E	δg_D	δg_D	
Ja (nur Fluglinien)	49,58	89,59	1,29	13,56	11,06	0,62	0,86	120
Nein (nur Fluglinien)	49,75	89,21	1,26	13,70	11,15	0,62	0,84	122
Ja (mit Flugkurven)	-	-	3,76	-	-	-	0,84	122
Nein (mit Flugkurven)	-	-	4,44	-	-	-	0,84	124

Generell wird hier deutlich, dass die Genauigkeit inklusive Flugkurven mit etwa 4 mGal deutlich geringer ist als die Genauigkeit der reinen Fluglinien mit knapp 1,3 mGal. Da bei der kombinierten Genauigkeit auch die Kreuzungspunkte der Fluglinien enthalten sind, ist die Genauigkeit der Flugkurven alleine schlechter als 4 mGal.

Numerische Differenziation

Bezüglich der vier vorgestellten Verfahren der numerischen Differenziation (vgl. Abschnitt 3.2.4) zeigen sich keine signifikanten Unterschiede bezüglich der erreichten Genauigkeit (vgl. Tabelle 9.3). Daher wird das einfachste Verfahren, der 1. Differenzenquotient, gewählt.

Tabelle 9.3: RMSE bei verschiedenen Verfahren der numerischen Differenziation (alle Angaben außer Zeit in mGal)

Methode zur numerischen Differenziation / Ausgangsdaten (Position r , Geschwindigkeit \dot{r})	Nicht justiert			Justiert			Vgl. indirekt	Berechnungs- dauer $t[s]$
	δg_N	δg_E	δg_D	δg_N	δg_E	δg_D	δg_D	
r : 1. Differenzenquotient (3.3)	49,58	89,59	1,29	13,56	11,06	0,62	0,86	120
r : Zentr. Differenzenquot. (3.4)	49,58	89,59	1,29	13,56	11,06	0,62	0,86	125
r : Kub. Interpolationspol. (3.5)	49,58	89,59	1,29	13,56	11,06	0,62	0,86	122
r : Kub. Interpolationspol. (3.6)	49,58	89,59	1,29	13,56	11,06	0,62	0,86	121
\dot{r} : 1. Differenzenquotient (3.3)	49,88	88,99	22,98	13,61	11,12	2,93	16,25	121
\dot{r} : Zentr. Differenzenquot. (3.4)	49,67	89,43	23,18	13,55	11,09	2,95	16,31	120
\dot{r} : Kub. Interpolationspol. (3.5)	49,88	88,99	23,30	13,61	11,12	2,94	16,50	124
\dot{r} : Kub. Interpolationspol. (3.6)	49,68	89,43	23,50	13,55	11,09	2,95	16,56	120

Wird statt der GNSS-Positionslösung die Geschwindigkeitslösung verwendet, um mittels einfacher Differenziation die kinematische Beschleunigung zu bestimmen, wird das bisherige Genauigkeitsniveau verlassen. Ohne Justierung ergibt sich bei der vertikalen Schwerestörung eine Standardabweichung von über 23 mGal, auch mit Justierung beträgt sie noch knapp 3 mGal.

Es lässt sich also festhalten, dass mit dem vorliegenden Messsystem und der GNSS-Prozessierung Positionslösungen klar gegenüber Geschwindigkeitslösungen zur Verwendung bei der numerischen Differenziation zu bevorzugen sind.

Verwendung der Orientierungen der Indirekten Methode

Zum Vergleich der Qualität der Orientierungsdaten zwischen Direkter und Indirekter Methode werden zur Durchführung der Direkten Methode nun die mit dem Kalman-Filter der Indirekten Methode erhaltenen Orientierungen statt der Orientierungen aus der GNSS-/IMU-Integration mittels Waypoint Inertial Explorer verwendet. Um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten, werden auch die Orientierungen der Indirekten Methode mit einer Frequenz von 10 Hz eingelesen. Die erhaltenen Ergebnisse sind in Tabelle 9.4 eingetragen.

Tabelle 9.4: RMSE bei verschiedenen Quellen für die Orientierung (alle Angaben außer Zeit in mGal)

Herkunft der Orientierung (Eulerwinkel)	Nicht justiert			Justiert			Vgl. indirekt	Berechnungs- dauer $t[s]$
	δg_N	δg_E	δg_D	δg_N	δg_E	δg_D	δg_D	
Inertial Explorer	49,58	89,59	1,29	13,56	11,06	0,62	0,86	120
Indirekte Methode	43,78	66,21	1,27	3,34	2,73	0,61	0,86	134

Bezüglich der vertikalen Komponente der Schwerestörung kommt es lediglich zu geringen Verbesserungen des Ergebnisses im Bereich von 0,01...0,02 mGal, die kaum signifikant sind.

Bei den horizontalen Komponenten zeigen sich jedoch immense Verbesserungen bei Verwendung der mittels Indirekter Methode erhaltener Orientierungen. Schon ihre nicht-justierten Standardabweichungen sind geringer. Mit Kreuzungspunktjustierung steigt die Genauigkeit von zuvor 11 bis 14 mGal auf etwa 3,3 mGal (Nord) und 2,7 mGal (Ost).

Das unterschiedliche Verhalten der horizontalen Komponenten im Vergleich zur vertikalen lässt sich durch ihre viel höhere Empfindlichkeit bezüglich der Orientierung erklären. Schon kleine Abweichungen der Orientierung führen zu großen Fehlern der horizontalen Komponenten, da die betragsmäßig viel größere vertikale Komponente dann die horizontalen Komponenten stark beeinflusst. Hierdurch entstehende Fehler bezüglich der Lotabweichungen sind gleich der Orientierungsfehler.

Die Ergebnisse lassen sich so deuten, dass die Qualität der über die Indirekte Methode bestimmten Orientierungen deutlich höher ist als diejenige der über Inertial Explorer erhaltenen.

IMU-Vorprozessierung

Zur Vorprozessierung der IMU kann statt dem beschriebenen Filter ein einfaches gleitendes Mittel verwendet werden. Beim Test verschiedener Längen des gleitenden Mittels ergibt sich für die vertikale Komponente mit etwa 2,0 bzw. 1,2 mGal mit bzw. ohne Justierung die beste Genauigkeit bei einer Länge von etwa 15 s (vgl. Tabelle 9.5). Die horizontalen Komponenten zeigen ein abweichendes Verhalten. Ihre Genauigkeit ist bei kürzeren Längen des gleitenden Mittels höher. Für die vertikale Komponente werden mit einem gleitenden Mittel niedrigere Genauigkeiten erzielt als mit dem Filter.

Tabelle 9.5: RMSE bei verschiedenen Verfahren zur IMU-Vorprozessierung (alle Angaben außer Zeit in mGal)

IMU Vorprozessierung (<i>n</i> : Navigationskoordinaten; <i>b</i> : körperfeste Koordinaten)	Nicht justiert			Justiert			Vgl. indirekt	Berechnungs- dauer <i>t</i> [s]
	δg_N	δg_E	δg_D	δg_N	δg_E	δg_D	δg_D	
IIR-Filter in <i>n</i>	49,58	89,59	1,29	13,56	11,06	0,62	0,86	120
Gleitendes Mittel (3 s) in <i>n</i>	49,52	89,80	6,75	13,60	10,88	4,24	4,74	111
Gleitendes Mittel (10 s) in <i>n</i>	50,59	89,98	2,38	14,60	12,44	1,28	1,80	108
Gleitendes Mittel (15 s) in <i>n</i>	54,43	91,28	2,07	21,21	17,49	1,25	2,30	109
Gleitendes Mittel (20 s) in <i>n</i>	63,30	94,11	2,73	33,91	26,95	1,17	3,68	110
IIR-Filter in <i>b</i>	49,85	90,03	1,30	13,50	11,28	0,66	0,94	37

Über das gleitende Mittel lässt sich zwar die Prozessierungsdauer um etwa 10 s verkürzen, aufgrund der deutlich schwächeren Genauigkeit wird dennoch das IIR-Filter zur IMU-Vorprozessierung beibehalten.

Die Berechnungsdauer wird drastisch verkürzt, wenn die Filterung statt im Navigations- im körperfesten Koordinatensystem erfolgt, da dann nicht die Transformation samt Interpolation der jeweiligen Orientierungen für alle IMU-Epochen erfolgen muss (vgl. Abschnitt 6.2.4). Im vorliegenden Fall nimmt die gesamte Berechnung dann weniger als ein Drittel der ursprünglichen Zeit in Anspruch.

Leider ist die innere Genauigkeit dann leicht verringert um wenige hundertstel mGal. Beim Vergleich mit der Indirekten Methode ergibt sich eine Vergrößerung des RMSE um etwa 0,8 mGal. Dies könnte auch auf einen ähnlich verwendeten Ansatz bei der Implementierung der Indirekten Methode zurückzuführen sein.

Interpolationsmethode

Bei den verschiedenen Interpolationsmethoden, die von MATLAB bereitgestellt werden, zeigen sich im Zuge dieser Auswertung keine signifikanten Unterschiede. Daher werden diese hier nicht näher erläutert.

Temperatur- und azimutabhängige Korrekturen

Wird die sensortemperaturabhängige Korrektur deaktiviert, verschlechtern sich die Ergebnisse der vertikalen Komponente ohne Justierung um 1,3 mGal, d.h. die Standardabweichung erfährt eine Verdoppelung (vgl. Tabelle 9.6). Hierdurch werden die Ergebnisse von Becker (2016) bestätigt, die zeigen, wie wichtig eine Temperaturkalibrierung der verwendeten IMU ist, um ohne Justierung Strapdown-Fluggravimetrie mit der gewünschten Genauigkeit betreiben zu können.

Tabelle 9.6: RMSE mit und ohne temperatur- bzw. azimutabhängige Korrektur (alle Angaben außer Zeit in mGal)

Temperatur- / Azimutkorrektur (c)	Nicht justiert			Justiert			Vgl. indirekt	Berechnungs- dauer t[s]
	δg_N	δg_E	δg_D	δg_N	δg_E	δg_D	δg_D	
An / an (3,3 mGal)	49,58	89,59	1,29	13,56	11,06	0,62	0,86	120
Aus / an (3,3 mGal)	49,46	89,45	2,59	13,57	11,07	0,65	2,26	119
An / aus	49,58	89,59	2,37	13,56	11,06	0,63	1,56	124
An / an (2,0 mGal)	49,58	89,59	1,41	13,56	11,06	0,62	0,91	120
An / an (2,9 mGal)	49,58	89,59	1,26	13,56	11,06	0,62	0,83	120
An / an (4,0 mGal)	49,58	89,59	1,46	13,56	11,06	0,62	1,00	124

Mit Justierung verschlechtert sich die Genauigkeit nur um 0,03 mGal. Eine Erklärung hierfür ist, dass sich die Sensortemperatur während einer Fluglinie im Vergleich zum gesamten Flug nur in geringem Maße ändert, weshalb der temperaturabhängige Fehler durch die Justierung mit einem konstanten Bias fast vollständig eliminiert werden kann.

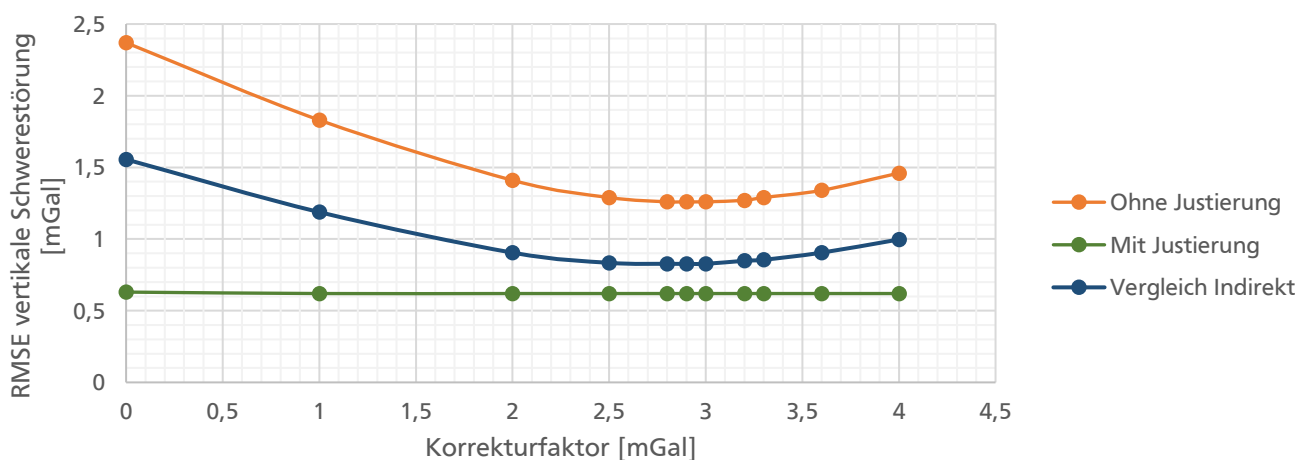


Abbildung 9.10: Test verschiedener Korrekturfaktoren c zur empirischen azimutabhängigen Korrektur (Malaysia 2014)

Zur empirischen Bestimmung des am besten geeigneten Korrekturfaktors c zur azimutabhängigen Korrektur (vgl. Abschnitt 6.4.4) werden verschiedene Faktoren getestet. Es zeigt sich, dass die Standardabweichungen der vertikalen, nicht justierten Schwerestörung bei einem Korrekturfaktor von etwa 2,9 mGal ein Minimum besitzen (vgl. Abbildung 9.10). Beim Vergleich mit den Ergebnissen der Indirekten Methode ergibt sich das gleiche Bild. Daher wird der Korrekturfaktor von 2,9 mGal dem bisherigen Faktor von 3,3 mGal vorgezogen. Für die verbleibenden Vergleiche wird jedoch weiterhin der Faktor 3,3 mGal verwendet, um die Vergleichbarkeit mit den bisherigen Ergebnissen zu gewährleisten.

Auf den einzelnen Fluglinien sollte der Azimut definitionsgemäß nahezu konstant sein. Daher bringt die empirische azimutabhängige Korrektur bei einer Kreuzungspunktjustierung keine signifikanten Verbesserungen. Anders als bei der temperaturabhängigen Korrektur kommt es jedoch nicht zu Verschlechterungen. Dennoch kann auf die azimutabhängige Korrektur verzichtet werden, wenn eine Kreuzungspunktjustierung durchgeführt wird.

Abgeschnittene äußere Epochen und Biasbestimmung

Um durch die Filterung bedingte Randeffekte zu vermeiden, sind zu Beginn und Ende der Flüge jeweils einige Epochen abzuschneiden (vgl. Abschnitt 6.3). Dabei können entweder eine bestimmte Anzahl Epochen oder alle Epochen vor bzw. nach der Bewegung abgeschnitten werden. Zur Bestimmung des vertikalen Bias sind die drei in Abschnitt 6.4.1 beschriebenen Methoden implementiert. Eine Übersicht über die erhaltenen Genauigkeiten bei auf verschiedene Weisen bestimmtem Bias ist Tabelle 9.7 zu entnehmen. Für die horizontalen Komponenten ergeben sich keine Änderungen durch das vertikale Bias.

Tabelle 9.7: RMSE bei verschiedenen Methoden der Biasbestimmung (alle Angaben außer Zeit in mGal)

Bestimmungsmethode Bias (entfernte Epochen)	Nicht justiert			Justiert			Vgl. indirekt	Berechnungs- dauer $t[s]$
	δg_N	δg_E	δg_D	δg_N	δg_E	δg_D	δg_D	
Gefiltert, Mittelwert (1000)	49,58	89,59	1,29	13,56	11,06	0,62	0,86	120
Gefiltert, Mittelwert (500)			21,70			1,46	19,54	122
Gefiltert, Mittelwert (1500)			1,31			0,62	0,86	120
Gefiltert, 1. Wert nach (1000)			1,41			0,63	0,99	121
Gefiltert, 1. Wert nach (Ruhe)			1,89			0,64	1,33	123
Ungefiltert, Mittelwert (0)			5,50			0,67	6,10	122
Kein Bias (0)			2,19			0,62	17,95	121

Bisher wurde der Bias am Anfang bestimmt, indem er als Mittelwert zwischen der 1000. Epoche und dem Start der Bewegung definiert wurde. Zur Bestimmung des Bias am Ende wurde analog verfahren. Zur Verdeutlichung ist in Abbildung 9.11 das Ende des Fluges 241 dargestellt. Die Schwerestörung ab der gestrichelten vertikalen Linie (Ende der Bewegung) wird dazu verwendet, das Bias nach Ende des Fluges zu ermitteln. Die 1000 abgeschnittenen Epochen sind auch in der Grafik nicht enthalten.

Werden nur 500 Epochen abgeschnitten, beeinflussen die Randeffekte die Genauigkeit negativ, bei 1500 abgeschnittenen Epochen gibt es nur geringfügige Änderungen der Genauigkeit. Daher werden 1000 Epochen als abzuschneidende Epochen ausgewählt. Hier sollten einerseits die Randeffekte bereits keine Rolle mehr spielen und andererseits auch nur möglichst wenige nicht von Randeffekten betroffenen Daten entfernt werden.

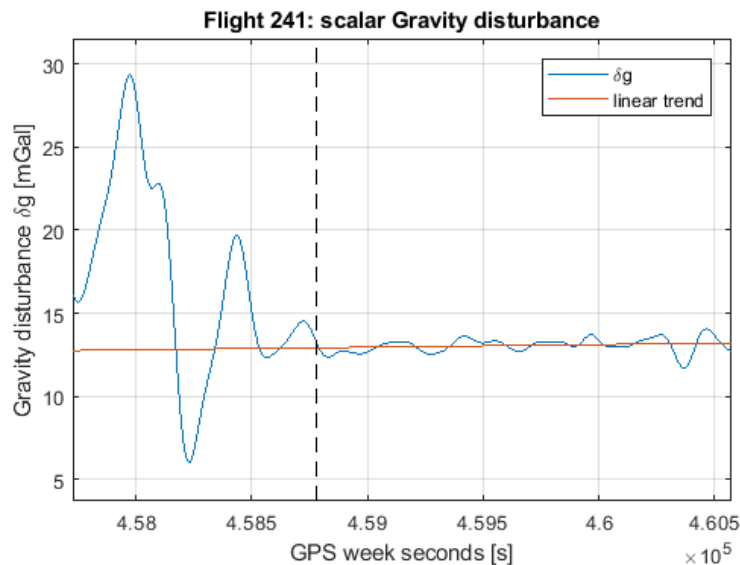


Abbildung 9.11: Vertikale Schwerestörung am Ende von Flug 241

Wird statt des arithmetischen Mittels einfach der erste Wert nach dem Abschneiden als Bias festgesetzt, wird die Genauigkeit des Bias herabgesetzt. Grund hierfür sind die stochastischen Eigenschaften der Schwerestörung: Wie in Abbildung 9.11 zu erkennen ist, ist sie nach Ende der Bewegung keineswegs konstant. Daher nimmt die Genauigkeit bei dieser Bestimmungsmethode leicht ab (vgl. Tabelle 9.7). Wenn der erste Wert außerhalb des Bewegungszeitraums verwendet wird, sinken die (nicht-justierten) Genauigkeiten sogar um knapp 0,5 mGal.

Die Variante, den Bias als Mittelwert der ungefilterten Schwerestörung vor bzw. nach der Bewegung zu berechnen, erweist sich ebenfalls als nicht zielführend. Hier verschlechtert sich die nicht-justierte Genauigkeit um mehrere mGal.

Wird völlig auf die Biasbestimmung verzichtet, kann über eine Kreuzungspunktjustierung die gleiche innere Genauigkeit erhalten werden wie mit der ausgewählten Methode. Auch ohne Justierung scheint die innere Genauigkeit von etwa 2,2 mGal noch vertretbar. Beim Vergleich mit den Ergebnissen der Indirekten Methode wird jedoch deutlich, dass auf diese Weise erzielte Ergebnisse einer systematischen Abweichung unterworfen sind, die hier zu einem RMSE von über 25 mGal führen.

Verwendung von DGNSS statt PPP

Die bisherigen Ergebnisse basieren auf einer GNSS-Prozessierung mittels PPP. Für den Malaysia-Datensatz werden zusätzlich DGNSS-Positionslösungen bestimmt und zur Berechnung verwendet. Unglücklicherweise ließen sich bei fast allen Flügen nicht durchgehend ganzzahlige Ambiguitäten bestimmen. Insbesondere bei größerem Abstand zur Referenzstation wurden häufig keine ganzzahligen Ambiguitäten erhalten. Ein Beispiel hierfür ist in Abbildung 9.12 gezeigt.

Lediglich bei den Flügen 236 und 237 werden durchgehend ganzzahlige Ambiguitäten erhalten. Für eine Kreuzungspunktanalyse sind die Daten dieser beiden Flüge nicht ausreichend. Als RMSE ergibt sich für diese beiden Flüge im Vergleich zu den Ergebnissen der Indirekten Methode jeweils ein Wert von 1,1 mGal – genau der gleiche Wert, wie er bei der Nutzung von PPP zur Positionsbestimmung dieser beiden Flüge erhalten wird.

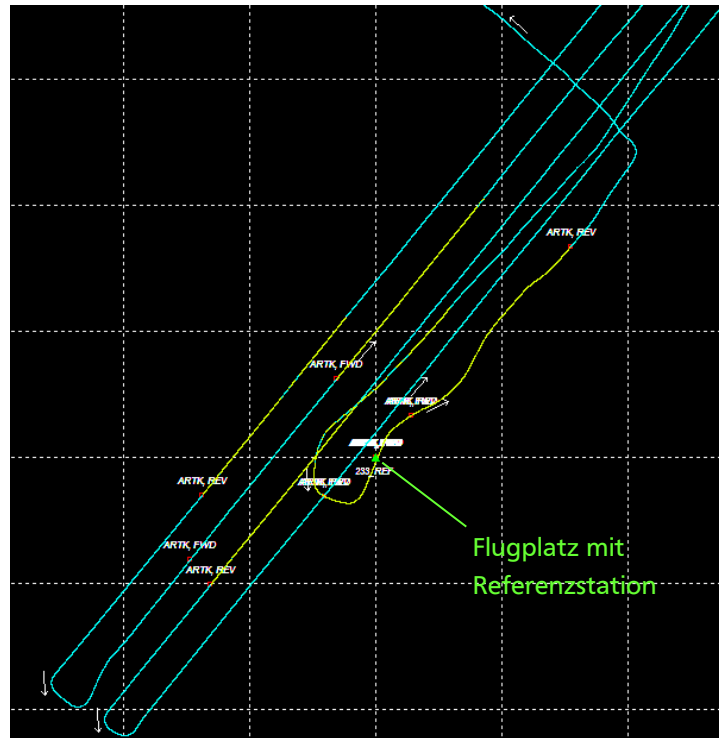


Abbildung 9.12: Trajektorie von Flug 233: Bei blauen Abschnitten liegen keine ganzzahligen Lösungen der Ambiguitäten vor (erstellt mit Waypoint Inertial Explorer, Kantenlänge eines Quadrates: 20 km)

Dies deutet auf eine Bestätigung der Ergebnisse von Zhang et al. (2017) hin, wonach sich mit PPP und DGNSS nahezu gleich gute Ergebnisse in der Fluggravimetrie erzielen lassen. Für eine Präzisierung wären weitergehende Untersuchungen mit DGNSS-Lösungen erforderlich, bei denen durchgehend ganzzahlig ermittelte Ambiguitäten vorliegen. Ein Durchbruch bezüglich der erreichbaren Genauigkeiten bei erfolgreicher DGNSS-Verwendung ist jedoch nicht zu erwarten.

9.1.2. Mosambik/Malawi 2015

Einige Flüge der Messkampagne Mosambik/Malawi 2015 sind zur Auswertung nicht verwendbar, da vor oder nach dem Flug die Zeiten des Alignments zu kurz sind. Bei den Flügen 285, 287 und 299 beginnt das Alignment sogar erst im Flug, weshalb die Daten unbrauchbar sind (Becker, 2016). Flug 278 ist ebenso nicht auswertbar, weil hier vor und nach dem Flug bei Verwendung der Direkten Methode in der beschriebenen Form zu wenige Epochen zur Bestimmung eines Bias vorliegen. Insgesamt sind nur 17 von 21 Flügen nutzbar. Mit den Flügen gehen auch viele Kreuzungspunkte verloren.

Im Datensatz von Mosambik/Malawi 2015 werden mit 24 verwendbaren Kreuzungspunkten nur etwa ein Viertel der Anzahl an Kreuzungspunkten identifiziert, die in Malaysia 2014 gefunden werden, obwohl bei den Messflügen der Kampagne eine deutlich größere Distanz zurückgelegt wurde. Die im folgenden untersuchten Genauigkeiten sind daher selbst einer größeren Unsicherheit als diejenigen des Malaysia-Datensatzes unterworfen. Zudem ist eine Kreuzungspunktjustierung hier nicht sinnvoll, da nur wenige Fluglinien mit mindestens zwei Kreuzungspunkten vorliegen. Ohne Kreuzungspunktjustierung wiederum ist die Bestimmung der horizontalen Komponenten der Schwerestörung nicht in einem verwertbaren Genauigkeitsbereich möglich.

Da der Optimierungsvorgang der Parameter für Malaysia 2014 ausführlich erläutert wurde, werden hier nur die wesentlichsten Punkte für Mosambik/Malawi 2015 wiederholt, in denen sich deutliche Unterschiede bezüglich der Prozessierungseinstellungen ergeben.

Die meisten Parameter werden identisch wie bei der Auswertung des Datensatzes von Malaysia festgelegt. Es ergeben sich jedoch Unterschiede bezüglich der Filterung der Schwerestörung. Unverzichtbar ist die erneute empirische Bestimmung der azimutabhängigen Korrektur, da diese von der lokalen Breite abhängt. Zunächst wird von einem Korrekturfaktor von 1,3 mGal ausgegangen.

Filterung der Schwerestörung

Von den getesteten Filtertypen erweist sich erneut das mit der Fenstermethode designte FIR-Filter als die beste Wahl. In Abbildung 9.13 wird deutlich, dass sich die beste Filterlänge hier nach Auswertung der Kreuzungspunktanalyse als etwa 110 s ergibt, die daher für die weiteren Untersuchungen ausgewählt wird.

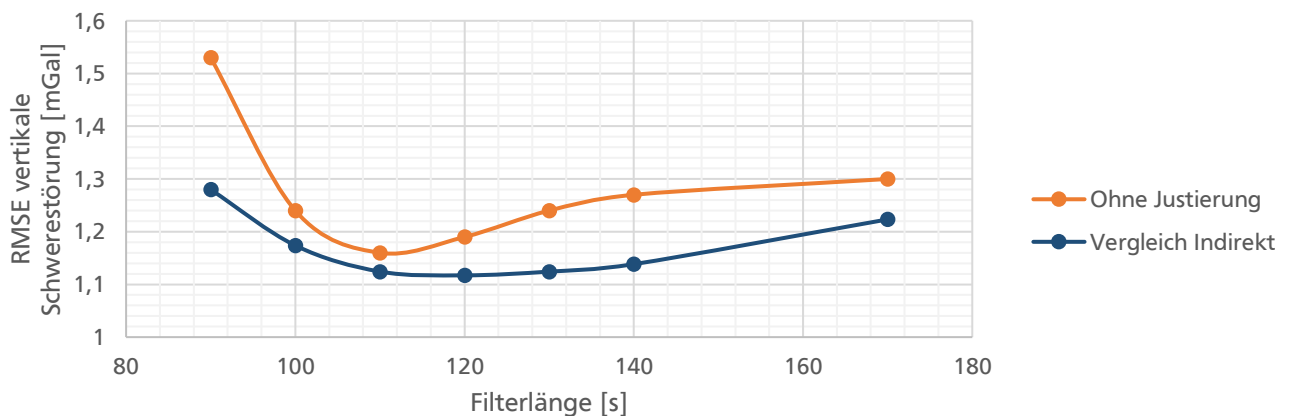


Abbildung 9.13: Test verschiedener Filterlängen beim Filter der Schwerestörung (Mosambik/Malawi 2015)

Beim Vergleich mit den Ergebnissen der Indirekten Methode ergeben sich die geringsten Standardabweichungen bei einer Filterlänge von 120 s, wobei die Genauigkeit bei 110 s lediglich kaum merkliche 0,01 mGal geringer ist.

Es bleibt anzumerken, dass die optimale Filterlänge vom tatsächlichen Schwerefeld abhängt. Je weniger hochfrequente Anteile im wahren Schweresignal vorliegen, desto größer sollte die Filterlänge gewählt werden.

Azimutabhängige Korrektur

Zur Bestimmung der bestmöglichen empirischen azimutabhängigen Korrektur werden erneut verschiedene Korrekturfaktoren iterativ getestet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 9.14 dargestellt.

Nach den Ergebnissen der Kreuzungspunktanalyse sollte der Korrekturfaktor im Optimalfall bei 1,4 mGal liegen. Beim Vergleich mit der Indirekten Methode erscheint ein höherer Korrekturfaktor sinnvoll. Die Unterschiede sind möglicherweise zumindest teilweise auf die geringe Anzahl an Kreuzungspunkten zurückzuführen. Da im Regelfall bei der Auswertung der Direkten Methode nicht von vorhandenen Daten

anderer Prozessierungsmethoden ausgegangen werden kann, wird der Korrekturfaktor auf 1,4 mGal festgelegt.

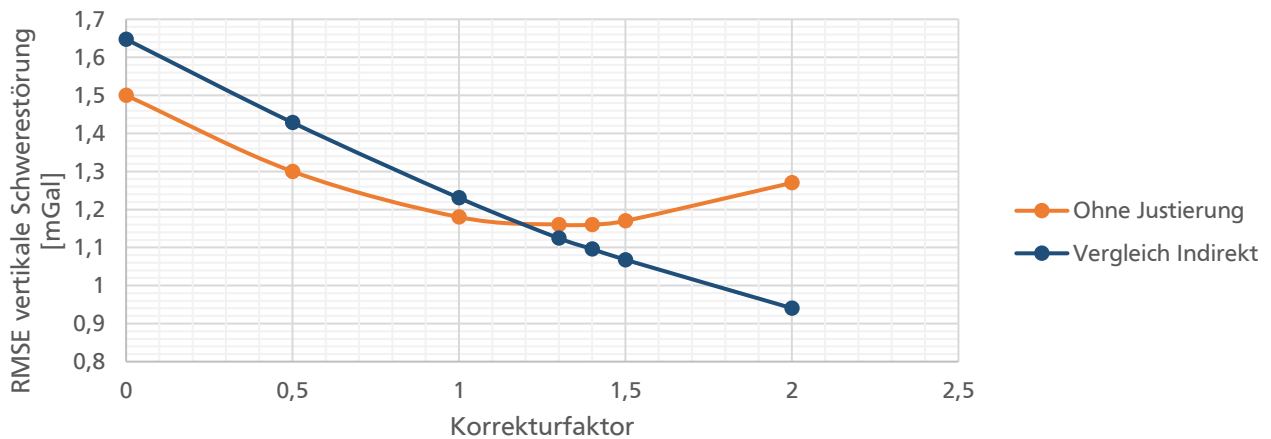


Abbildung 9.14: Test verschiedener Korrekturfaktoren c zur empirischen azimutabhängigen Korrektur (Malaysia 2014)

Frequenz der Orientierungsdaten

Für diesen Datensatz wird zusätzlich getestet, mit welcher Datenfrequenz die aus der GNSS-/IMU-Integration erhaltenen Orientierungsdaten vorliegen müssen. Bisher wurden die Orientierungen stets mit 10 Hz übergeben. Damit wird mit den Referenzeinstellungen eine Standardabweichung für die vertikale Komponente von 1,16 mGal erreicht.

Bei einer niedrigeren Frequenz von 2 Hz beträgt die Genauigkeit lediglich 3,19 mGal. Eine hohe Datenrate der Orientierungen ist demnach entscheidend für die Güte der erhaltenen Ergebnisse.

Nun ist die Frage zu klären, ob 10 Hz zur Prozessierung ausreichend sind. Dies wird mit einer Orientierungsrate von 100 Hz getestet. Es ergeben sich mit einer Standardabweichung von 1,13 mGal zwar Verbesserungen von 0,03 mGal, die Prozessierungsdauer vergrößert sich jedoch enorm. Aus diesem Grund werden weiterhin Orientierungsdaten mit einer Frequenz von 10 Hz als Eingabedaten verwendet. Es sollte jedoch zur Kenntnis genommen werden, dass über eine noch höhere Eingabefrequenz der Orientierungsdaten geringfügige Verbesserungen erreicht werden könnten.

9.2. Beste erhaltene Resultate

9.2.1. Malaysia 2014

Bezüglich der in Abschnitt 9.1.1 angegebenen Referenzeinstellungen wurde der Korrekturfaktor der azimutabhängigen Korrektur auf 2,9 mGal angepasst. In Tabelle 9.8 sind die Ergebnisse mit diesen bestmöglichen Einstellungen eingetragen. Zudem wird auf die Hebelarmkorrektur versuchsweise verzichtet. Es sind des Weiteren die mit den Orientierungen der Indirekten Methode bestimmten Ergebnisse sowie die von Becker (2016) erhaltenen Genauigkeiten der Indirekten Methode enthalten. Die horizontalen Komponenten werden in Form von Lotabweichungen in Bogensekunden angegeben. Die Umrechnung

von mGal in Bogensekunden erfolgt auf Basis von Gleichung (2.7) über die Multiplikation mit dem folgenden Faktor, wobei die Annäherung der Schwere g durch die Normalschwere γ vorgenommen werden kann, was das Ergebnis nicht signifikant beeinflusst:

$$c_{mGal \rightarrow ''} = \frac{10^{-5}}{\gamma} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 3600 \quad (9.1)$$

Tabelle 9.8: RMSE der optimalen Ergebnisse für Malaysia 2014

Methode	Hebelarm-korrektur	Orientierung	Nur Fluglinien	Nicht justiert	Justiert			Vgl. indirekt
				δg_D [mGal]	δg_N ["]	δg_E ["]	δg_D [mGal]	δg_D [mGal]
Direkt	ja	Waypoint	ja	1,26	2,86	2,33	0,62	0,83
Direkt	nein	Waypoint	ja	1,23	2,89	2,35	0,63	0,81
Direkt	ja	Waypoint	nein	3,73	-	-	-	1,99
Direkt	ja	Indirekt	ja	1,24	0,70	0,58	0,61	0,82
Direkt	nein	Indirekt	ja	1,22	0,69	0,59	0,62	0,81
Indirekt	(Becker, 2016)		ja	1,3	1,13	1,17	0,68	-

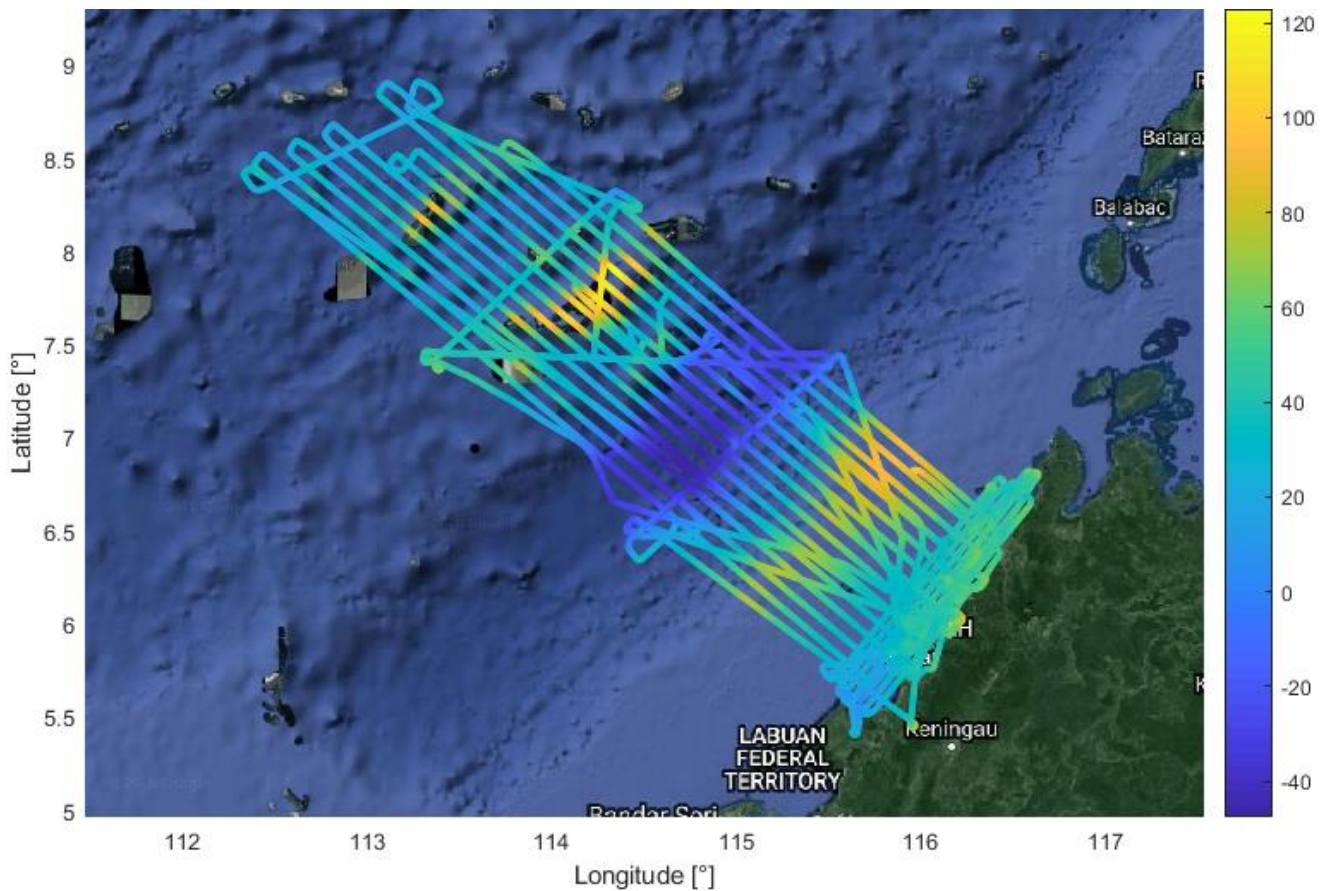


Abbildung 9.15: Vertikale Schwerestörungen [mGal] entlang der Trajektorien von Malaysia 2014

Die vorliegenden Daten machen deutlich, dass die Hebelarmkorrektur bei alleiniger Auswertung der Fluglinien nicht zwingend erforderlich ist. Die finale Genauigkeit wird nun dennoch inklusive Hebelarmkorrektur angegeben: Für die vertikale Komponente der Schwerestörung wird auf Basis der Residuen der Kreuzungspunkte ohne Justierung eine Standardabweichung für die über eine Fluglinie bestimmte Schwerestörung in Höhe von 1,26 mGal erhalten.

Nach Justierung ergeben sich 0,62 mGal. Diese Werte entsprechen den Ergebnissen der Indirekten Methode von Becker (2016) oder sind leicht besser. Die Standardabweichungen der (justierten) Lotabweichungen betragen etwa 2,5" und sind damit deutlich schlechter als die Ergebnisse der Indirekten Methode.

Die Standardabweichung der vertikalen Komponenten unter Einbeziehung der Flugkurven beträgt ohne Justierung etwa 3,7 mGal, weshalb für höchste Genauigkeitsanforderungen eine alleinige Auswertung der Fluglinien zu empfehlen ist.

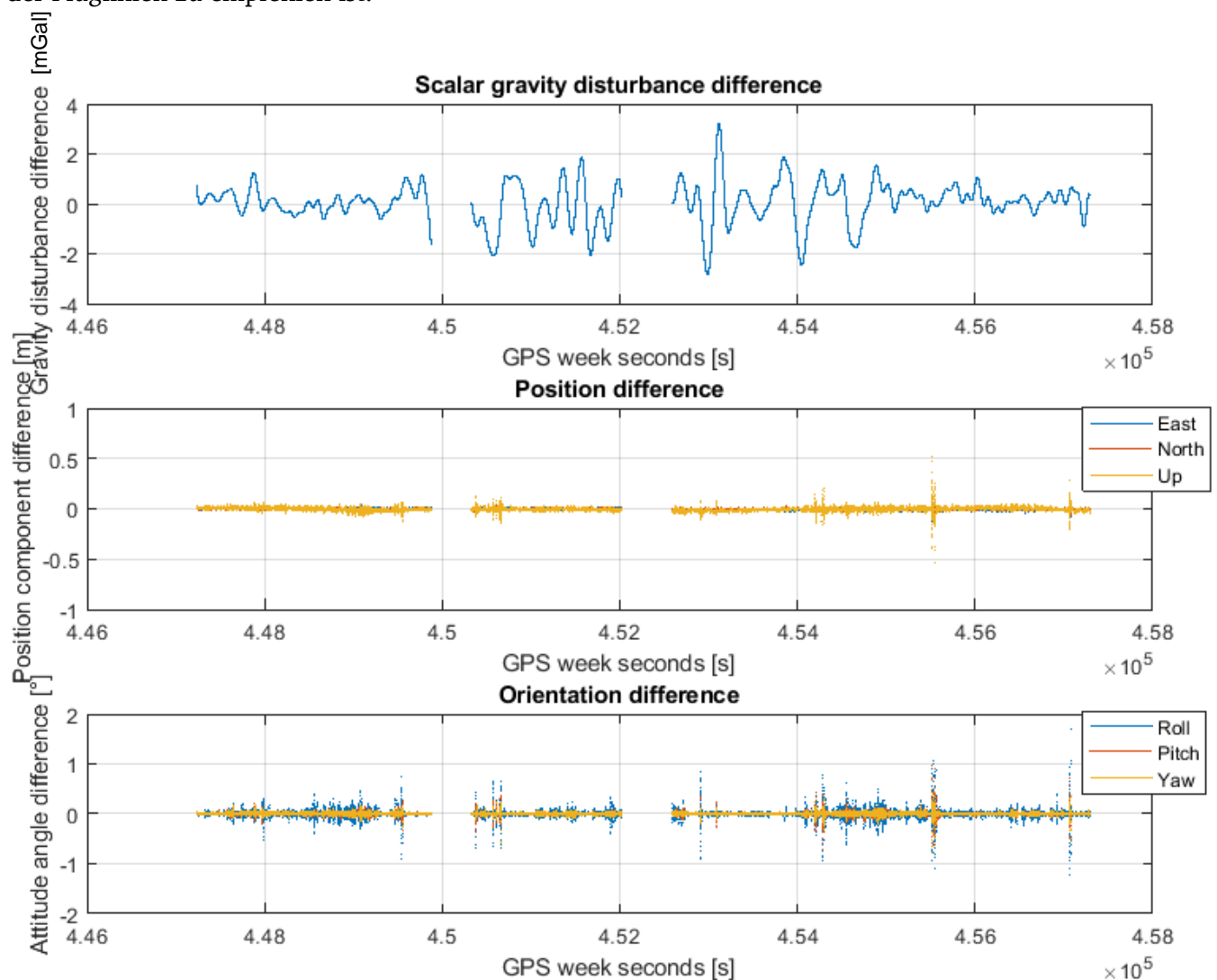


Abbildung 9.16: Differenzen zwischen Ergebnissen der Direkten und Indirekten Methode bezüglich vertikaler Schwerestörung, GNSS-Position und Orientierung für die Fluglinien von Flug 241 (Malaysia 2014)

Die deutlichen Verbesserungen der Lotabweichungen in der Direkten Methode bei Verwendung der mit der Indirekten Methode erhaltenen Orientierungen zeigen, wie wichtig präzise Angaben zur Orientie-

rung für die Bestimmung der Lotabweichungen sind. Offenbar ist die Qualität der erhaltenen Orientierungen bei der Indirekten Methode höher als beim Waypoint Inertial Explorer. Die bei der kombinierten Auswertung erhaltenen Genauigkeiten der Lotabweichungen sind mit etwa $0,6...0,7''$ deutlich besser als die bei der Indirekten Methode bestimmten mit etwa $1,15''$. Zur Bestimmung der Lotabweichungen führt also eine Kombination der Indirekten und Direkten Methode in der Form, wie sie bei Becker (2016) und hier durchgeführt wird, zu den besten Ergebnissen. Es ist zu erwarten, dass auch die Direkte Methode allein zu guten Ergebnissen führen kann, wenn die vorherige Orientierungsbestimmung verbessert wird.

Anhand einiger Grafiken werden nun Details zu den erhaltenen Ergebnissen erläutert. Die vertikale Schwerestörung entlang der Trajektorien sind in Abbildung 9.15 dargestellt. Bei Berücksichtigung der Topografie mit dem überquerten Tiefseegraben und den passierten Inseln erscheint die Schwerestörung mit ihrer homogenen Erscheinung plausibel.

Beim Vergleich zwischen den verwendeten IMU-Positionen von Direkter und Indirekter Methode (vgl. Abbildung 9.16) zeigen sich – von wenigen Ausreißern abgesehen – höchstens Differenzen von wenigen Zentimetern bzw. Zehnteln von Grad. Die Differenzen bezüglich der vertikalen Schwerestörung zeigen einen Verlauf mit Schwankungen, was zu einem RMS von etwa 0,8 mGal führt (RMSE: 0,6 mGal).

Bei Betrachtung aller Flüge (vgl. Abbildung 9.17) zeigt sich, dass der RMS der Differenzen der Schwerestörung zwischen Direkter und Indirekter Methode immer unter 2 mGal liegt, bei den meisten Flügen unter 1 mGal. Die größten Abweichungen zeigt Flug 240.

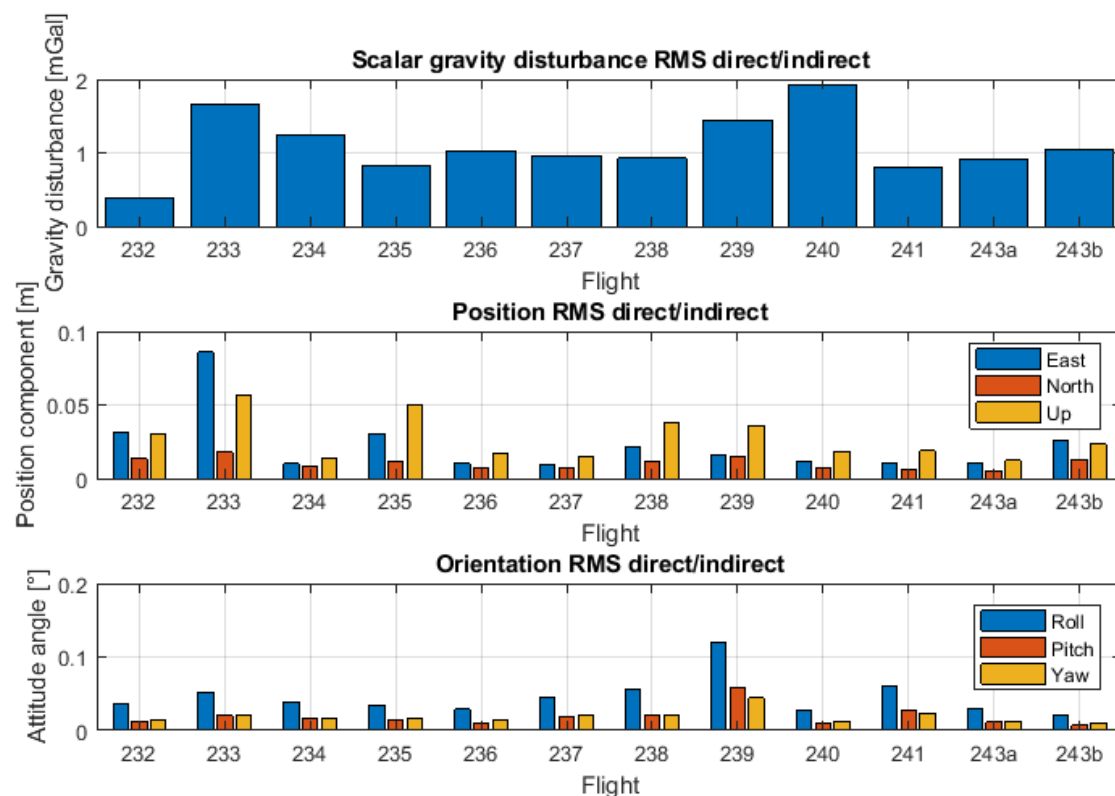


Abbildung 9.17: RMS der Differenzen zwischen Ergebnissen der Direkten und Indirekten Methode bezüglich vertikaler Schwerestörung, IMU-Position und Orientierung für die Fluglinien aller Flüge von Malaysia 2014

Die zu den einzelnen Flügen bestimmten Bias und Driften sind in Abbildung 9.18 dargestellt. Das Bias zu Beginn der Flüge wird meist auf Werte zwischen -25 und -30 mGal geschätzt. Die Driftrate liegt im Mittel bei etwa $+0,5$ mGal/h.

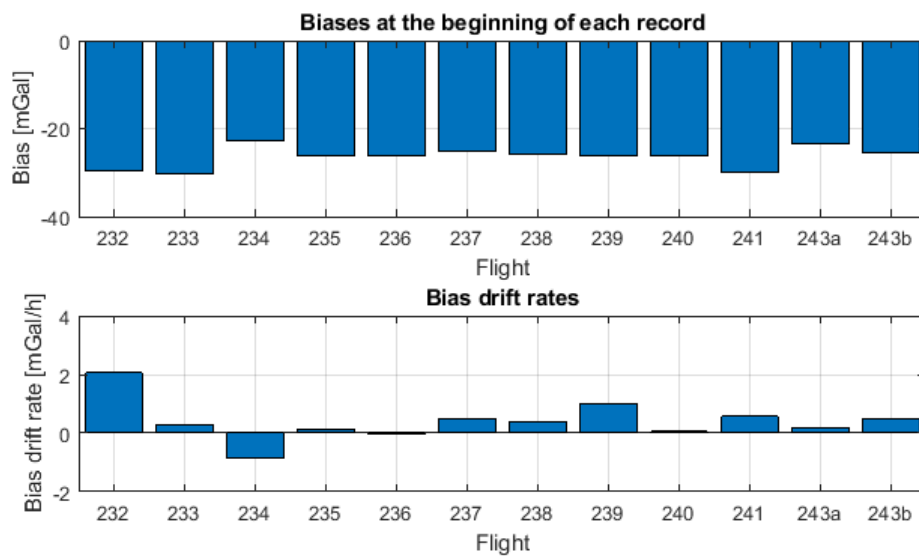


Abbildung 9.18: Bias und Driftraten der Flüge von Malaysia 2014

Die identifizierten Kreuzungspunkte mit den jeweiligen Residuen vor der Justierung sind in Abbildung 9.19 dargestellt. Es zeigt sich, dass die Beträge der Residuen in manchen Bereichen (z.B. nördliches Ende der Messkampagne) systematisch größer sind als im Mittel. Eine Kreuzungspunktjustierung ist damit eindeutig erforderlich.

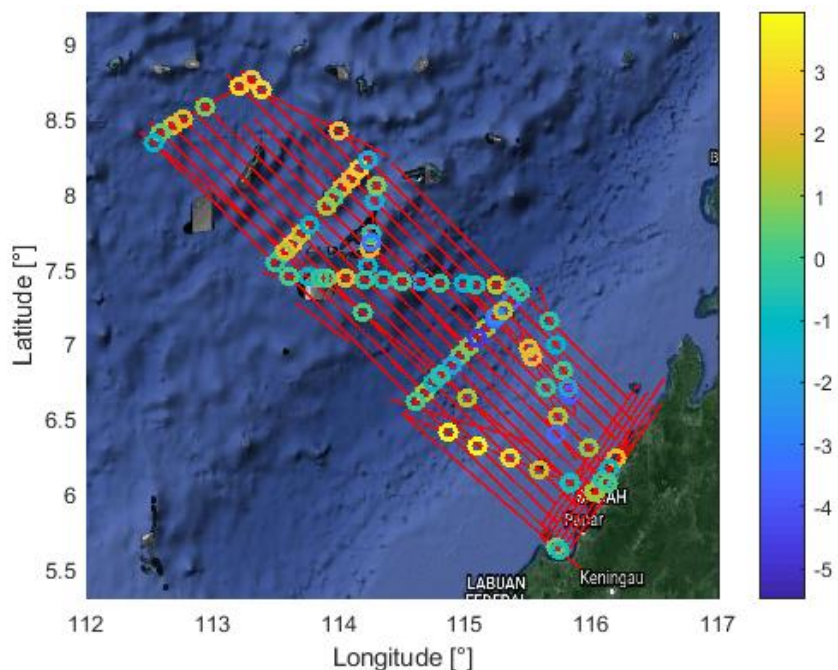


Abbildung 9.19: Nicht-justierte Kreuzungspunkte mit farblich codierten Residuen [mGal] von Malaysia 2014

Die Residuen werden in Abbildung 9.20 den einzelnen Fluglinien zugeordnet. Es wird deutlich, dass viele Fluglinien eine systematische Verschiebung aufweisen. Teilweise gilt dies auch für ganze Flüge. So sind beispielsweise alle Residuen des Flugs 234 negativ. Flug 243b zeigt eine deutliche Tendenz zu steigenden Residuen. Hier könnte sich die linienweise Justierung als besonders gewinnbringend erweisen.

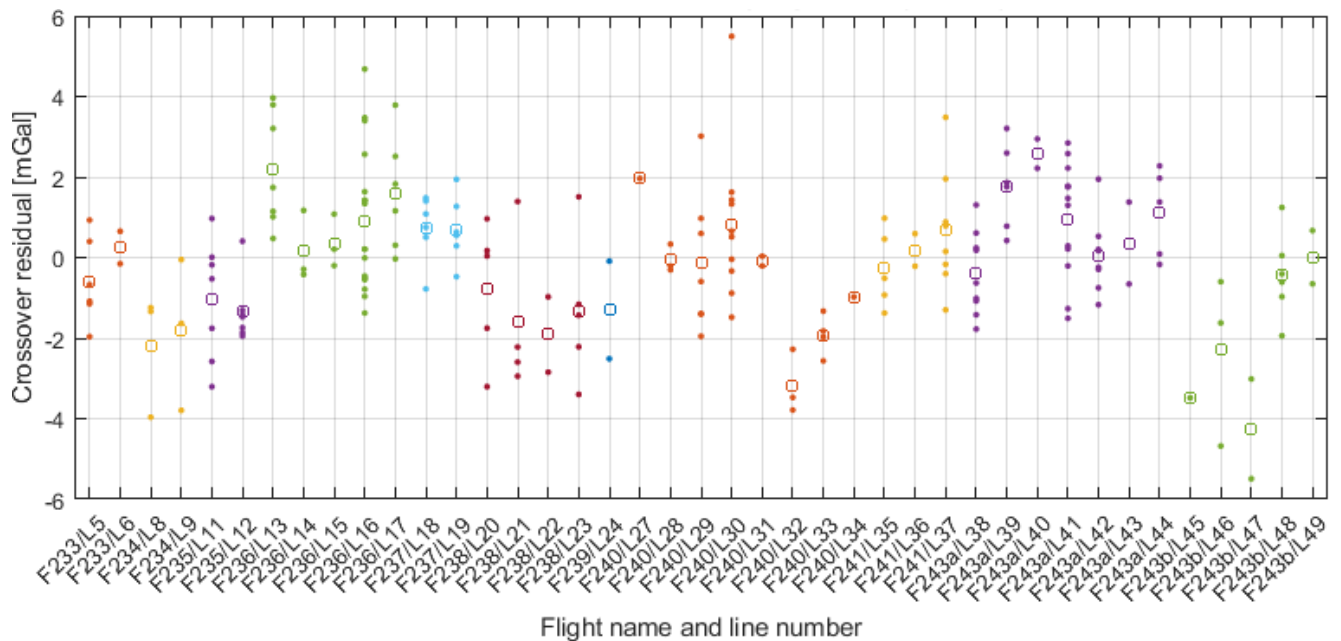


Abbildung 9.20: Residuen (Punkte) der nicht-justierten Kreuzungspunkte von Malaysia 2014, sortiert nach Flügen und (Flug-)Linien, mit mittleren Residuen einer Linie (Kreise)

Flug 240 ist hier nicht besonders auffällig. Bei Becker (2016) zeigt sich bei diesem Flug dagegen eine systematische Verschiebung und durch Entfernen des Flugs wird ein deutlich verbessertes Gesamtergebnis erzielt. Dies ist hier nicht der Fall. Eine mögliche Schlussfolgerung ist, dass die Direkte Methode bei diesem Flug besser funktioniert als die Indirekte, wodurch auch der große RMS beim Vergleich zwischen Direkter und Indirekter Methode dieses Fluges herrühren könnte (vgl. Abbildung 9.17).

Nach absolvierter Kreuzungspunktjustierung gehen die mittleren Residuen der justierten Linien gegen null und die Genauigkeit steigt insgesamt. In Abbildung 9.21 sind neben dieser Tatsache auch die geschätzten Bias der einzelnen Linien mit deren jeweiliger Standardabweichung zu erkennen. Fluglinien, die aufgrund zu weniger Kreuzungspunkte nicht justiert werden (z.B. die Linie 27 und 28), sind nicht in der Grafik enthalten. Die Bias sind offenbar nicht zufällig verteilt, was aufgrund von nicht perfekt approximierten Bias und Driften der einzelnen Flüge der Fall sein könnte, z.B. wegen während der Flüge aufgetretenen nichtlinearer Driften.

Die geringeren Residuen nach der Justierung sind auch den Histogrammen der Beträge der Residuen vor (Abbildung 9.22) und nach (Abbildung 9.23) der Justierung zu entnehmen, wobei die geänderte Skalierung zu beachten ist. Beide Verteilungen ähneln einer Normalverteilung, von der nur die Beträge dargestellt sind. Dies lässt die Verwendung des Gauß-Markov-Modells zur Kreuzungspunktjustierung plausibel erscheinen, da dieses auf der Normalverteilungsannahme basiert.

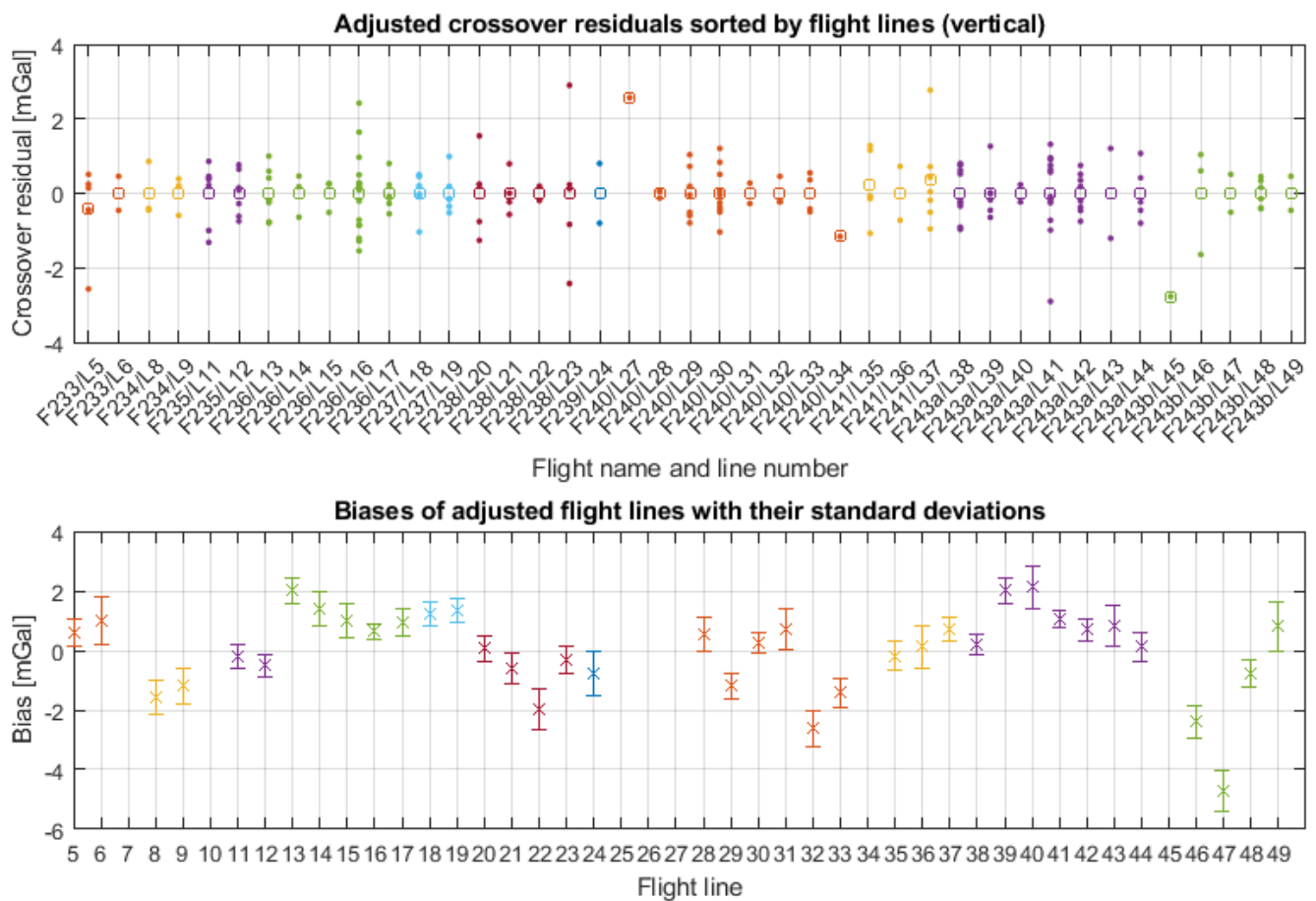


Abbildung 9.21: Oben: Residuen (Punkte) der justierten Kreuzungspunkte von Malaysia 2014, sortiert nach Flügen und (Flug-)Linien, mit mittleren Residuen einer Linie (Kreise); unten: Geschätzte Bias der Fluglinien mit zugehörigen Standardabweichungen

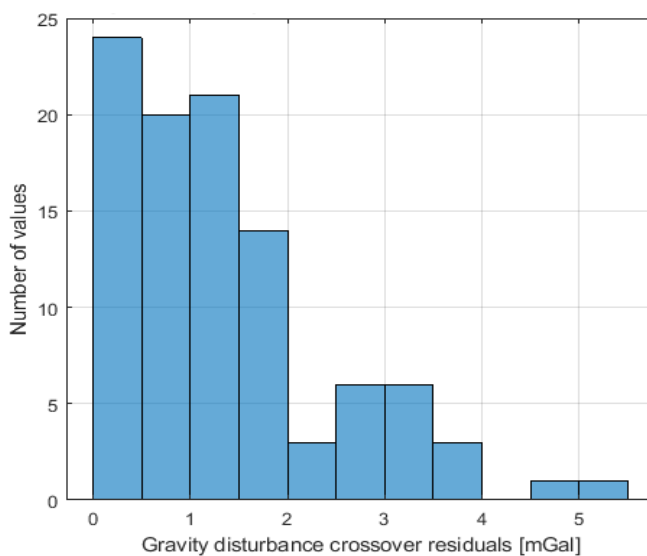


Abbildung 9.22: Histogramm der Residuen der Kreuzungspunkte von Malaysia 2014 vor der Justierung

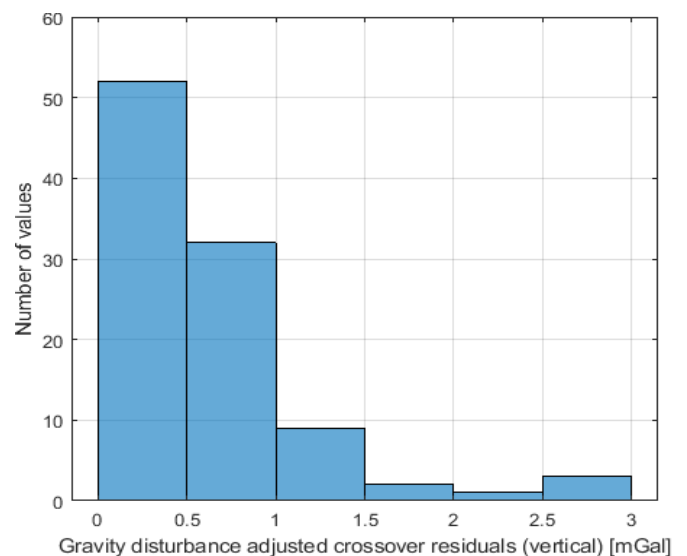


Abbildung 9.23: Histogramm der Residuen der Kreuzungspunkte von Malaysia 2014 nach der Justierung

9.2.2. Mosambik/Malawi 2015

Bei der Messkampagne Mosambik/Malawi wurde beim Optimierungsprozess gegenüber den in Abschnitt 9.1.2 beschriebenen Referenzeinstellungen lediglich der Korrekturfaktor der azimutabhängigen Korrektur auf 1,4 mGal angepasst. Zur Einordnung der folgenden Ergebnisse sei noch einmal wiederholt, dass die Genauigkeitsangaben aufgrund der geringeren Anzahl an Kreuzungspunkten einer deutlich höheren Unsicherheit unterworfen sind als es beim Malaysia-Datensatz der Fall ist. In Tabelle 9.9 sind die wesentlichen Ergebnisse dargestellt. Dabei sind die Flüge 278, 285, 287 und 299 von den Ergebnissen ausgeschlossen.

Tabelle 9.9: RMSE der optimalen Ergebnisse für Mosambik/Malawi 2015

Methode	Hebelarm-korrektur	Orientierung	Nur Flug-linien	Nicht justiert	Vgl. indirekt
				δg_D [mGal]	δg_D [mGal]
Direkt	ja	Waypoint	ja	1,16	1,10
Direkt	nein	Waypoint	ja	1,13	1,18
Direkt	ja	Waypoint	nein	4,25	2,38
Indirekt	(Becker, 2016)		ja	1,20	-

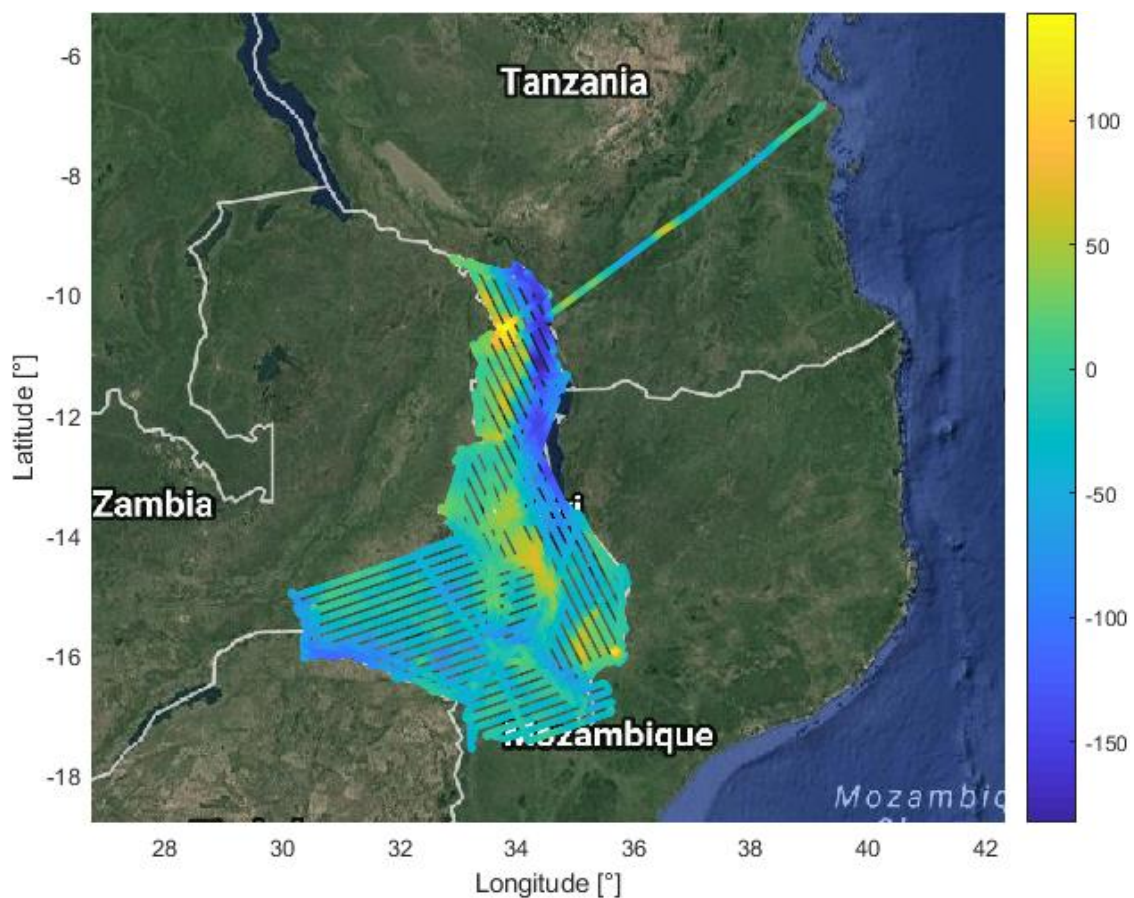


Abbildung 9.24: Vertikale Schwerestörungen [mGal] entlang der Trajektorien von Mosambik/Malawi 2015

Auch hier wird das beste Ergebnis mit Hebelarmkorrektur ausgewählt: Dabei wird eine Standardabweichung auf Basis der nicht-justierten Kreuzungspunkte auf Fluglinien in Höhe von 1,16 mGal erreicht. Diese ist geringfügig besser als die von Becker (2016) erreichte. Bei der geringen Anzahl an Kreuzungspunkten sollte jedoch nur die gerundete Genauigkeit von 1,2 mGal angegeben werden. Werden auch die Flugkurven miteinbezogen, ergibt sich eine erhöhte Standardabweichung von 4,25 mGal.

Auch bei dieser Messkampagne können über die Direkte Methode demnach wieder Ergebnisse auf dem Niveau der Indirekten Methode erreicht werden. Zur detaillierten Betrachtung der Ergebnisse dienen die folgenden Grafiken. Abbildung 9.24 zeigt die in der Karte verorteten Schwerestörungen. Auch hier wirken die Ergebnisse homogen und bestehen somit die erste Plausibilitätsprüfung. Zudem erscheint sinnvoll, dass am Malawisee im Nordosten des untersuchten Gebiets geringere Schwerestörungen auftreten.

In Abbildung 9.25 sind Bias und Driften der gesamten Flugkampagne inklusive der ansonsten ausgeschlossenen Flüge 278, 285, 287 und 299 dargestellt. Insbesondere bei den ersten dreien dieser Flüge zeigen sich Bias und Driften, die sich stark von denen der anderen Flüge unterscheiden und daher nicht verwendbar sind. Auch Flug 299 führt zu einer deutlichen Verschlechterung der Ergebnisse, wenn er nicht entfernt wird.

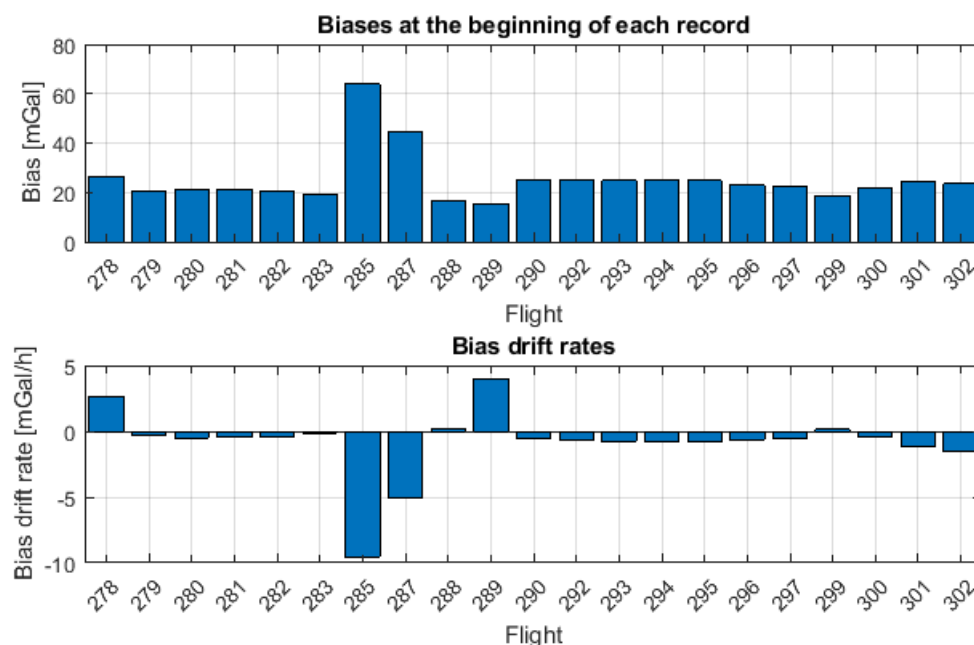


Abbildung 9.25: Bias und Driftraten der Flüge von Mosambik/Malawi 2015

Neben den bereits erwähnten Flügen ist Flug 289 auffällig. Ob dieser Flug sinnvolle Ergebnisse liefert, ist schwer zu beurteilen, da zu diesem Flug keine Kreuzungspunkte vorliegen. Beim RMS des Vergleichs mit der Indirekten Methode zeigen sich keine Besonderheiten bei diesem Flug (vgl. Abbildung 9.26). Der mittlere RMS der Einzelflüge liegt im mittleren Bereich zwischen 1 und 2 mGal und ist damit etwas höher als in Malaysia (vgl. Abbildung 9.17).

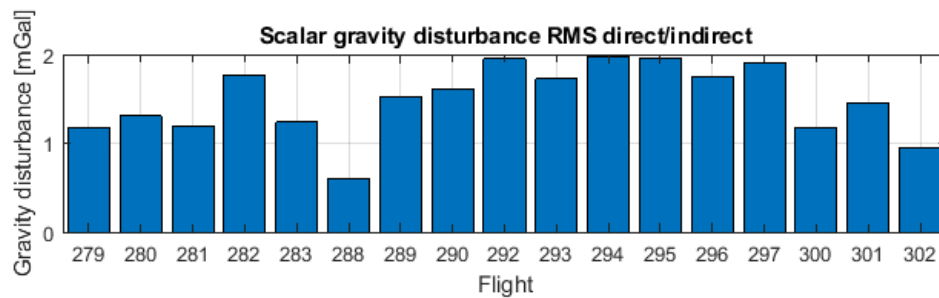


Abbildung 9.26: RMS der Differenzen zwischen Ergebnissen der Direkten und Indirekten Methode bezüglich vertikaler Schwerestörung für die Fluglinien aller Flüge von Mosambik/Malawi 2015

Anhand von Abbildung 9.27 wird deutlich, dass nicht nur wenige Kreuzungspunkte vorhanden sind, sondern diese zudem sehr unregelmäßig verteilt sind.

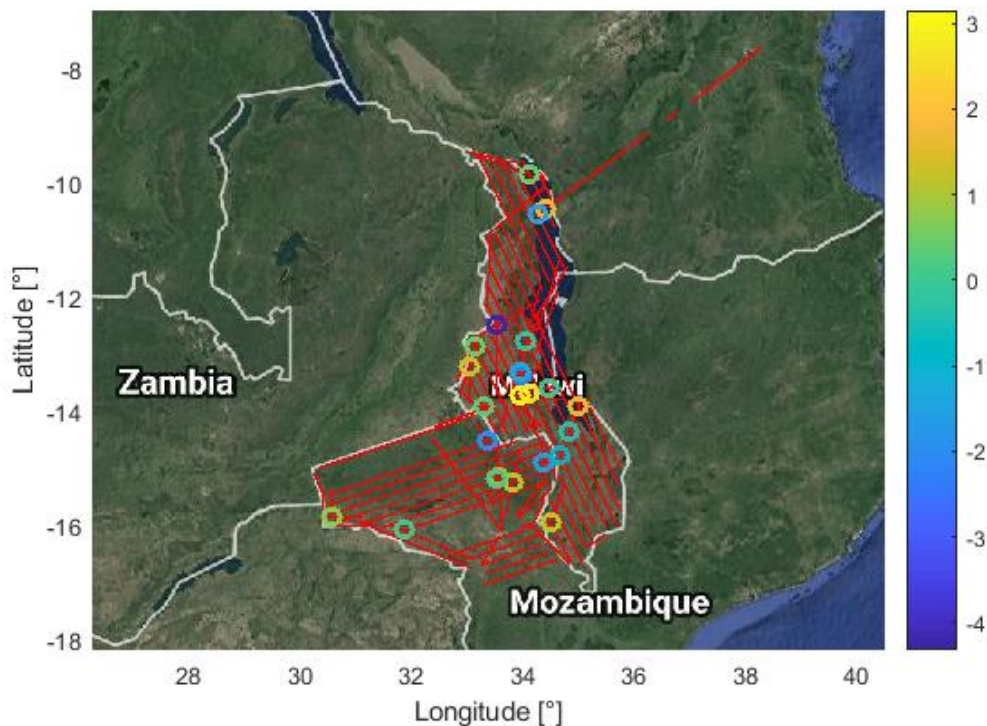


Abbildung 9.27: Kreuzungspunkte mit farblich codierten Residuen [mGal] von Mosambik/Malawi 2015

Bei Betrachtung der in Abbildung 9.28 dargestellten, nach Fluglinien sortierten Residuen, wird klar, dass mit den vorliegenden Daten keine Kreuzungspunktjustierung möglich ist. Die meisten Fluglinien besitzen entweder keine Kreuzungspunkte und sind daher nicht in der Grafik enthalten oder besitzen nur einen einzigen Kreuzungspunkt. Das entsprechende Histogramm (vgl. Abbildung 9.29) entspricht weniger stark dem einer Normalverteilung als es beim Malaysia-Datensatz der Fall ist. Dies kann auf die geringere Stichprobenzahl zurückzuführen sein.

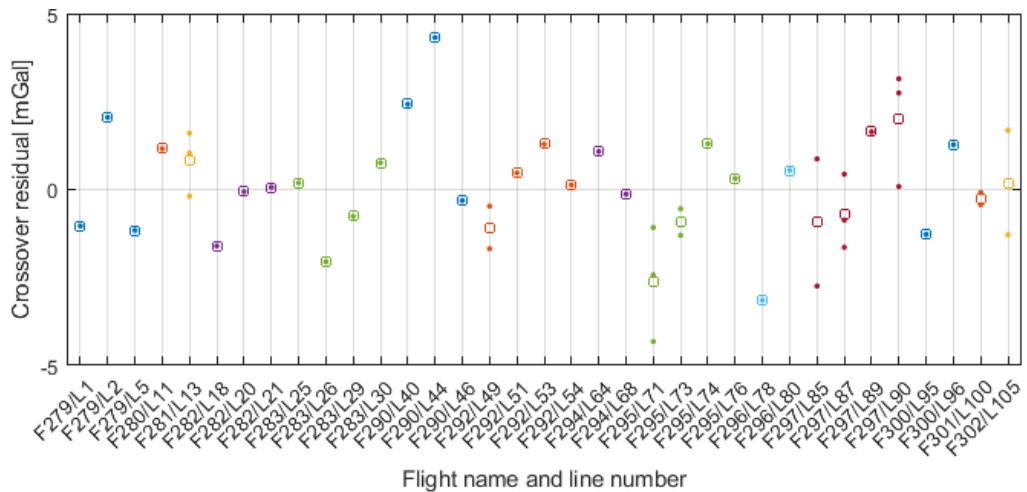


Abbildung 9.28: Residuen (Punkte) der Kreuzungspunkte von Mosambik/Malawi 2015, sortiert nach Flügen und (Flug-)Linien, mit mittleren Residuen einer Linie (Kreise)

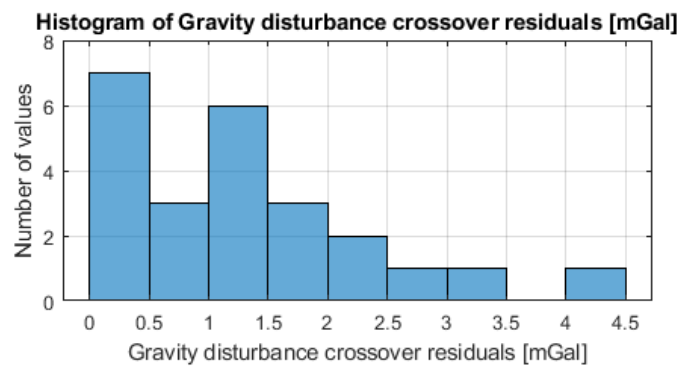


Abbildung 9.29: Histogramm der Residuen der Kreuzungspunkte von Mosambik/Malawi 2015

10. Fazit

10.1. Eignung der Direkten Methode

Im Rahmen dieser Ausarbeitung wurde die Direkte Methode der Strapdown-Fluggravimetrie implementiert und evaluiert. Insbesondere sollte ein Vergleich zwischen der Indirekten und der Direkten Methode ermöglicht werden. Die Ergebnisse der Indirekten Methoden wurden dabei aus Becker (2016) entnommen. Zum Test der implementierten Direkten Methode wurden dieselben Daten verwendet, die auch Becker (2016) zur Auswertung mit der Indirekten Methode dienten.

Zahlreiche Parameter der Direkten Methode, insbesondere die verwendeten Tiefpassfilter, wurden getestet und durchliefen einen Optimierungsprozess. In Kombination mit der erstellten grafischen Benutzeroberfläche mit zahlreichen Optionen wurde ein tiefgehender Einblick in die Wirkungsweisen der einzelnen Parameter ermöglicht.

Die Ergebnisse zeigen deutlich, dass das Genauigkeitsniveau der Direkten Methode auf einer Stufe mit dem der Indirekten ist. Bei der Messkampagne von Malaysia 2014 wird mit der Indirekten Methode eine Standardabweichung der einzelnen erhaltenen vertikalen Schwerestörungen auf den Fluglinien von etwa 1,3 mGal erhalten. Mit etwa 1,26 mGal wird eine ähnliche, wenn nicht sogar leicht verbesserte, Genauigkeit mit der Direkten Methode erzielt. Die Auflösung entspricht dabei etwa 6 km (halbe Wellenlänge).

Es wird zudem das Ergebnis von Becker (2016) bestätigt, dass sich mithilfe einer Temperaturkalibrierung der IMU-Sensortemperatur bei der Strapdown-Fluggravimetrie auch ohne Kreuzungspunktjustierung Genauigkeiten im Bereich von 1...2 mGal erreichen lassen. Diese Werte wurden bis vor wenigen Jahren nur in der Fluggravimetrie erreicht, wenn horizontal stabilisierte Gravimeter verwendet wurden. Damit wird klar, dass die Vorteile des Strapdown-Ansatzes gegenüber der klassischen Fluggravimetrie mittels horizontal stabiler Gravimeter immer stärker überwiegen.

Mit Kreuzungspunktjustierung lassen sich beim Datensatz von Malaysia 2014 innerhalb der Direkten Methode Genauigkeiten von etwa 0,62 mGal erzielen, womit die Grenze von 1 mGal deutlich unterschritten ist. Bei Anwendung der Indirekten Methode werden mit Justierung 0,68 mGal erzielt, was auf einem ähnlichen oder knapp schlechteren Niveau ist.

Zur Kontrolle des Vergleichs zwischen Direkter und Indirekter Methode ist die Untersuchung zusätzlicher Messkampagnen sinnvoll. Die hierzu im Rahmen dieser Thesis ausgewertete Messkampagne Mosambik/Malawi 2015 eignet sich hierzu nur bedingt, da nur wenige Kreuzungspunkte vorhanden sind. Mit einer Standardabweichung von etwa 1,2 mGal, die sowohl bei Direkter als auch bei Indirekter Methode erzielt wird, wird zumindest bestätigt, dass beide Verfahren auf einem ähnlichen Genauigkeitsniveau liegen. Bei der Direkten Methode kann hier aufgrund der kürzeren Filterlänge und der geringeren Fluggeschwindigkeit eine höhere Auflösung von etwa 4,5 km angegeben werden.

Bezüglich der horizontalen Komponenten der Schwerestörung sind die Ergebnisse der Direkten Methode weniger zufriedenstellend. Während die Standardabweichungen der Lotabweichungen bei der Indirekten Methode für Malaysia 2014 etwa 1,15" betragen, werden bei Anwendung der Direkten Methode in der vorgestellten Art und Weise lediglich Werte im Bereich von ungefähr 2,5" erhalten.

Bei Verwendung der Orientierungen aus der Indirekten Methode wird klar, dass die ernüchternden Ergebnisse der Lotabweichungen wohl in erster Linie auf die begrenzte Genauigkeit der der Direkten Methode vorangegangenen GNSS-/IMU-Integration zurückzuführen sind. Werden die Orientierungen der Indirekten Methode in die Direkte Prozessierung eingeführt, sind die erhaltenen Standardabweichungen der Lotabweichungen mit etwa 0,65" sogar deutlich geringer als bei der Indirekten Prozessierung. Um

eine abschließende Beurteilung der Ergebnisse der Lotabweichungen zu ermöglichen, ist eine tiefergehende Analyse der Horizontalkomponenten der Schwerestörung wünschenswert.

10.2. Ausblick

Mit dem Verfahren zur Optimierung der Direkten Methode und den implementierten justierbaren Parametern konnte im Rahmen dieser Thesis eine stetige Genauigkeitssteigerung durchlaufen werden. Auch wenn bei der tiefergehenden Beschäftigung größere Fortschritte immer schwieriger werden, sind dennoch Verbesserungen beim Algorithmus der Direkten Methode denkbar.

Beispielsweise könnte die Filterung und die Behandlung der Randeffekte aufbauend auf den erlangten Kenntnissen verbessert werden. So ist etwa die durch die Filterung verursachte Notwendigkeit, Randepochen entfernen zu müssen, bisher ein größerer Nachteil der Direkten Methode, der eventuell durch geeignete Maßnahmen wie Spiegelung der ungefilterten Daten am Rand oder eine anderweitig angepasste Filterung verringert werden könnte.

Um die Ergebnisse der Lotabweichungen zu verbessern, sind entweder eine routinemäßige Kombination von Indirekter und Direkter Methode oder eine optimierte Vorprozessierung der GNSS-/IMU-Integration denkbar. Über eine angepasste Vorprozessierung sind möglicherweise deutliche Verbesserungen erzielbar, die im Rahmen dieser Thesis nicht im Detail untersucht werden konnten.

Mit den erhaltenen Ergebnissen ist fraglich, ob die Indirekte Methode angewendet werden sollte, da der Implementierungsaufwand aufgrund der Komplexität des Kalman-Filters deutlich höher als bei der Direkten Methode ist. Bei Anwendung der Direkten Methode kann zwar keine Bestimmung der Schwerestörung in einem Guss z.B. mit integrierter GNSS-Prozessierung erfolgen, es lässt sich jedoch auf bestehende Software auf dem Gebiet der GNSS-Prozessierung sowie der Integration von GNSS- und IMU-Daten aufbauen.

Durch die Ergebnisse dieser Thesis wird deutlich, dass die Genauigkeiten von Direkter und Indirekter Methode momentan in etwa auf dem gleichen Niveau liegen. Durch die Optimierung der Direkten Methode könnte diese mit verbesserten Messsystemen erstmals seit dem Anfang des Jahrtausends wieder zur Methode der Wahl in der Strapdown-Fluggravimetrie werden.

A. Literaturverzeichnis

- Ayres-Sampaio, Diogo, et al. 2015.** A Comparison Between Three IMUs for Strapdown Airborne Gravimetry. *Surv Geophys.* 20. März 2015.
- Bauer, Manfred. 2011.** *Vermessung und Ortung mit Satelliten*. 6. Auflage. Berlin : Wichmann, 2011. ISBN 978-3-87907-482-2.
- Becker, David. 2016.** *Advanced Calibration Methods for Strapdown Airborne Gravimetry*. Darmstadt : Technische Universität Darmstadt, 2016. Dissertation.
- Becker, David, et al. 2015.** Drift reduction in strapdown airborne gravimetry using a simple. *Journal of Geodesy*. 8. August 2015, 89, S. 1133-1144.
- Becker, Matthias und Hehl, Klaus. 2012.** *Geodäsie*. Darmstadt : WBG, 2012. ISBN 978-3-534-23156-0.
- Brozena, J.M. 1992.** The Greenland aerogeophysics project: airborne gravity, topographic and magnetic mapping of an entire continent. [Hrsg.] O. Colombo. *From Mars to Greenland: Proceedings of the IAG Symposia*. 1992, S. 203-214.
- Brozena, J.M., Peters, M.F. und Salman, R. 1996.** Arctic airborne gravity measurement program. [Hrsg.] J. Segawa, H. Fujimoto und S. Okubu. *Gravity, Geoid and Marine Geodesy: Proceedings of the IAG Symposia 117*. 1996, S. 131-138.
- Bruton, Alexander Mark. 2000.** *Improving the Accuracy and Resolution of SINS/DGPS Airborne Gravimetry*. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary. Calgary, Alberta : s.n., 2000. Dissertation.
- Bundesamt für Kartographie und Geodäsie. 2018.** Bundesamt für Kartographie und Geodäsie. *Deutsches Schwerereferenzsystem*. [Online] 2018. [Zitat vom: 6. März 2018.] <https://www.bkg.bund.de/DE/Ueber-das-BKG/Geodaesie/Schwere/Schwere-Deutschland/schwere-deutsch.html>.
- Childers, Vicki A., Bell, Robin E. und Brozena, John M. 1999.** Airborne gravimetry: An investigation of filtering. *Geophysics*. Januar 1999, Bd. 1, 64, S. 61-69.
- Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt. 2017.** DLR. *Die deutsch-amerikanische Klimamission GRACE endet nach 15 erfolgreichen Jahren - Gravitationsänderungen messen und den Klimawandel genau dokumentieren*. [Online] 27. Oktober 2017. [Zitat vom: 6. März 2018.] http://www.dlr.de/dlr/desktopdefault.aspx/tabid-10080/150_read-24627/year-all/#/gallery/28808.
- European GNSS Service Centre. 2017.** GSC Europa. *New Galileo quartet successfully launched*. [Online] European Global Navigation Satellite Systems Agency, 2017. [Zitat vom: 7. März 2018.] <https://www.gsc-europa.eu/news/new-galileo-quartet-successfully-launched>.
- Flechtner, Frank. 2018.** Geoforschungszentrum Potsdam. *Gravity Recovery and Climate Experiment-Follow-On (GRACE-FO) Mission*. [Online] 2018. [Zitat vom: 6. März 2018.] <https://www.gfz-potsdam.de/sektion/globales-geomonitoring-und-schwerefeld/projekte/gravity-recovery-and-climate-experiment-follow-on-grace-fo-mission/>.
- Forsberg, Rene und Olesen, Arne V. 2010.** Airborne Gravity Field Determination. [Buchverf.] Guochang Xu. *Sciences of Geodesy*. Berlin : Springer, 2010, Bd. I, 3, S. 83-104.
- Glennie, C. und Schwarz, K. P. 1999.** A comparison and analysis of airborne gravimetry results from two strapdown inertial/DGPS systems. [Hrsg.] Springer. *Journal of Geodesy*. 1999, 73, S. 311-321.

-
- Glennie, C.L., et al. 2000.** A comparison of stable platform and strapdown airborne gravity. *Journal of Geodesy*. 2000, 74, S. 383-389.
- Groves, Paul D. 2013.** *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*. 2. Auflage. Boston : Artech House, 2013. ISBN: 978-1-60807-005-3.
- Hofmann-Wellenhof, Bernhard und Moritz, Helmut. 2006.** *Physical Geodesy*. 2. Auflage. Wien : Springer, 2006.
- Hofmann-Wellenhof, Bernhard, Lichtenegger, Herbert und Wasle, Elmar. 2008.** *GNSS - Global Navigation Satellite Systems*. Wien : Springer, 2008. ISBN 9783211730126.
- Hwang, Cheinway, Hsiao, Yu-Shen und Hsuan-Chang, Shih. 2006.** Data reduction in scalar airborne gravimetry: Theory, software and case study in Taiwan. *Computers & Geosciences*. 2006, 32, S. 1573-1584.
- iMAR Navigation. 2012.** iMAR Navigation & Control. *iNAV-RQH-1003*. [Online] September 2012. [Zitat vom: 28. März 2018.] http://imar.de/downloads/NAV_RQH_1003_en.pdf.
- International GNSS Service. 2018.** IGS. *Products*. [Online] 2018. [Zitat vom: 7. März 2018.] <http://www.igs.org/products>.
- Jekeli, Christopher und Kwon, Jay H. 1999.** Results of airborne vector (3-D) gravimetry. *Geophysical Research Letters*. 1. Dezember 1999, Bd. 26, 23, S. 3533-3536.
- Jet Propulsion Laboratory. 2018.** JPL. *Grace-FO - Mission*. [Online] 2018. [Zitat vom: 6. März 2018.] <https://gracefo.jpl.nasa.gov/mission/overview/>.
- Kammeyer, Karl-Dirk und Kroschel, Kristian. 2009.** *Digitale Signalverarbeitung - Filterung und Spektralanalyse mit MATLAB-Übungen*. 7. Auflage. Wiesbaden : Vieweg+Teubner, 2009. ISBN 978-3-8348-0610-9.
- Kwon, J. H. und Jekeli, C. 2001.** A new approach for airborne vector gravimetry using GPS/INS. *Journal of Geodesy*. 2001, 74, S. 690-700.
- Leick, Alfred, Rapoport, Lev und Tatarnikov, Dmitry. 2015.** *GPS Satellite Surveying*. 4. Auflage. New Jersey : Wiley, 2015. ISBN 978-1-118-67557-1.
- Leinen, Stefan. 2016.** *Parameterschätzung III - Vorlesungsskript*. s.l. : Technische Universität Darmstadt, 2016. Version 2.0.
- MathWorks. 2017.** *MATLAB-Hilfe*. Natick, Massachusetts : s.n., 2017. R2017b.
- Moritz, H. 1980.** *Geodetic Reference System 1980*. 1980.
- Nettleton, L.L., LaCoste, L. und Harrison, J.C. 1960.** Test of an airborne gravity meter. *Geophysics*. 1960, Bd. 1, 25, S. 181-202.
- NovAtel. 2014.** *Inertial Explorer User Guide*. Calgary, Alberta : s.n., 2014. Software Version 8.60, Revision level 10.
- Schwarz, Douglas M. 2010.** MathWorks. *Fast and Robust Curve Intersections*. [Online] 1.2, 27. Januar 2010. [Zitat vom: 5. Dezember 2017.] <https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/11837-fast-and-robust-curve-intersections?focused=7711886&tab=function>.
- Schwarz, Hans Rudolf und Köckler, Norbert. 2011.** *Numerische Mathematik*. 8. Auflage. Wiesbaden : Vieweg+Teubner, 2011. ISBN 978-3-8348-1551-4.
- Schwarz, K.P. 1983.** Inertial Surveying and Geodesy. *Reviews of Geophysics*. 1983, Bd. 4, 21, S. 878-890.

Timmen, Ludger. 2010. Absolute and Relative Gravimetry. [Hrsg.] Guochang Xu. *Sciences of Geodesy*. Heidelberg : Springer, 2010, Bd. I, 1, S. 1-48.

Torge, Wolfgang und Müller, Jürgen. 2012. *Geodesy*. 4. Auflage. Berlin : de Gruyter, 2012.

United States Government Accountability Office. 2017. *Global Positioning System - Better Planning and Coordination Needed to Improve Prospects for Fielding Modernized Capability*. 2017.

von Grünigen, Daniel Ch. 2014. *Digitale Signalverarbeitung - mit einer Einführung in die kontinuierlichen Signale und Systeme*. 5. Auflage. Leipzig : Hanser, 2014. ISBN 9783446440791 .

Wei, M. und Schwarz, K. P. 1998. Flight test results from a strapdown airborne gravity system. *Journal of Geodesy*. 1998, 72, S. 323-332.

Wendel, Jan. 2011. *Integrierte Navigationssysteme - Sensordatenfusion, GPS und Inertiale Navigation*. 2. Auflage. München : Oldenbourg, 2011. ISBN 978-3-486-70439-6.

Werner, Martin. 2009. *Digitale Signalverarbeitung mit MATLAB - Grundkurs mit 16 ausführlichen Versuchen*. 4. Auflage. Wiesbaden : Vieweg+Teubner, 2009. ISBN 978-3-8348-0457-0.

Zhang, Xiaohong, et al. 2017. Acceleration estimation using a single GPS receiver for airborne scalar gravimetry. *Advances in Space Research*. 8. September 2017, 60, S. 2277-2288.

B. Protokoll

Beispielhaft wird das Protokoll (vgl. Abschnitt 7.3) der Prozessierung mit den finalen Ergebnissen für die Messkampagne Malaysia 2014 gezeigt.

Processing...

Starting parallel pool (parpool) using the 'local' profile ...
connected to 8 workers.

Data of flight 232 has been loaded from mat file.

Data of flight 234 has been loaded from mat file.

Data of flight 233 has been loaded from mat file.

Data of flight 235 has been loaded from mat file.

Data of flight 239 has been loaded from mat file.

Data of flight 237 has been loaded from mat file.

Data of flight 236 has been loaded from mat file.

Data of flight 238 has been loaded from mat file.

Flight 232 has been computed successfully.

Data of flight 240 has been loaded from mat file.

Flight 234 has been computed successfully.

Data of flight 243a has been loaded from mat file.

Warning: Bias determination flight 233: data after the end of the movement missing or excluded!

Flight 233 has been computed successfully.

Flight 239 has been computed successfully.

Data of flight 241 has been loaded from mat file.

Flight 235 has been computed successfully.

Data of flight 243b has been loaded from mat file.

Flight 237 has been computed successfully.

Flight 236 has been computed successfully.

Flight 238 has been computed successfully.

Flight 240 has been computed successfully.

Flight 243b has been computed successfully.

Flight 241 has been computed successfully.

Flight 243a has been computed successfully.

Gravity disturbance computation complete. Elapsed time is 143.341642 seconds.

Identifying flight lines...

2 straight lines found in flight 232.

5 straight lines found in flight 233.

3 straight lines found in flight 234.

2 straight lines found in flight 235.

5 straight lines found in flight 236.

2 straight lines found in flight 237.

4 straight lines found in flight 238.

3 straight lines found in flight 239.

8 straight lines found in flight 240.

3 straight lines found in flight 241.

7 straight lines found in flight 243a.

5 straight lines found in flight 243b.

A total of 49 straight lines found in all flights. Elapsed time is 1.626947 seconds.

Comparing direct and indirect results...

Flight 232: Scalar gravity disturbance RMS: 0.4 mGal

Flight 233: Scalar gravity disturbance RMS: 1.7 mGal

Flight 234: Scalar gravity disturbance RMS: 1.2 mGal

Flight 235: Scalar gravity disturbance RMS: 0.8 mGal

Flight 236: Scalar gravity disturbance RMS: 1.0 mGal

Flight 237: Scalar gravity disturbance RMS: 1.0 mGal

Flight 238: Scalar gravity disturbance RMS: 0.9 mGal

Flight 239: Scalar gravity disturbance RMS: 1.4 mGal

Flight 240: Scalar gravity disturbance RMS: 1.9 mGal

Flight 241: Scalar gravity disturbance RMS: 0.8 mGal

Flight 243a: Scalar gravity disturbance RMS: 0.9 mGal

Flight 243b: Scalar gravity disturbance RMS: 1.0 mGal

Total: Scalar gravity disturbance RMS: 1.17 mGal

Searching for crossover points...

Crossovers between two repeated lines rejected.

Crossovers between two repeated lines rejected.

Crossovers between two repeated lines rejected.

Crossovers between two repeated lines rejected.

Crossovers between two repeated lines rejected.

Crossovers between two repeated lines rejected.

Crossovers between two repeated lines rejected.

99 crossover points determined. Elapsed time is 2.427545 seconds.

North component: RMS: 70.12 mGal; standard deviation: 49.58 mGal

East component: RMS: 126.70 mGal; standard deviation: 89.59 mGal

Vertical component: RMS: 1.78 mGal; standard deviation: 1.26 mGal

Preparing crossover adjustment...

11 line(s) with less than two crossovers and 3 corresponding crossover(s) excluded.

38 lines and 96 crossovers remaining. Starting crossover adjustment...

Global test passed (test: $T = \Omega / \sigma_0^2 < \chi^2$ distribution ($r, 1 - \alpha$)).

Global test passed (test: $T = \Omega / \sigma_0^2 < \chi^2$ distribution ($r, 1 - \alpha$)).

Global test passed (test: $T = \Omega / \sigma_0^2 < \chi^2$ distribution ($r, 1 - \alpha$)).

North component: RMS: 19.18 mGal; standard deviation: 13.56 mGal

RMS: 4.05"; standard deviation: 2.86"

East component: RMS: 15.65 mGal; standard deviation: 11.06 mGal

RMS: 3.30"; standard deviation: 2.33"

Vertical component: RMS: 0.88 mGal; standard deviation: 0.62 mGal

Process finished.

Exporting selected data...

Data has been exported successfully to ...\\Malaysia

2014\\Output\\DisturbLLoopsNAdj180331_132548.agd.

Elapsed time is 88.580476 seconds.

C. AGD-Format

Der Beginn der während des in Anhang erstellten Protokolls exportierte Datei mit den erhaltenen Daten der Schwerestörung im *Airborne Gravity Disturbance File-Format* (vgl. Abschnitt 7.3) wird hier beispielhaft wiedergegeben.

```
# Airborne Gravity Disturbance File
#
# 1: DoY    - day of year [d]
# 2: t      - time in GPS week seconds [s]
# 3: lon    - longitude [°]
# 4: lat    - latitude [°]
# 5: h      - ellipsoidal height [m]
# 6: dg_D   - gravity disturbance (Down component) [mGal]
# 7: gamma  - normal gravity (scalar) [mGal]
# 8: adj    - indicates if disturbance is adjusted (0: not adjusted; 1: adjusted)
#
# DoY      t      lon      lat      h      dg_D      gamma  adj
232  283088.60050  116.      5.      51.6766  40.39  978072.04  0
232  283088.80050  116.      5.      51.6728  40.40  978072.04  0
232  283089.00050  116.      5.      51.6730  40.41  978072.04  0
232  283089.20050  116.      5.      51.6598  40.42  978072.04  0
232  283089.40050  116.      5.      51.6661  40.43  978072.04  0
232  283089.60050  116.      5.      51.6580  40.44  978072.04  0
232  283089.80050  116.      5.      51.6693  40.45  978072.04  0
232  283090.00050  116.      5.      51.6590  40.46  978072.04  0
232  283090.20050  116.      5.      51.6579  40.47  978072.04  0
232  283090.40050  116.      5.      51.6778  40.48  978072.03  0
232  283090.60050  116.      5.      51.6671  40.49  978072.04  0
232  283090.80050  116.      5.      51.6592  40.50  978072.04  0
232  283091.00050  116.      5.      51.6698  40.51  978072.04  0
232  283091.20050  116.      5.      51.6646  40.52  978072.04  0
232  283091.40050  116.      5.      51.6709  40.52  978072.04  0
232  283091.60050  116.      5.      51.6679  40.53  978072.04  0
232  283091.80050  116.      5.      51.6607  40.54  978072.04  0
232  283092.00050  116.      5.      51.6630  40.55  978072.04  0
232  283092.20050  116.      5.      51.6775  40.56  978072.03  0
232  283092.40050  116.      5.      51.6721  40.57  978072.04  0
232  283092.60050  116.      5.      51.6744  40.57  978072.04  0
232  283092.80050  116.      5.      51.6704  40.58  978072.04  0
232  283093.00050  116.      5.      51.6771  40.59  978072.04  0
232  283093.20050  116.      5.      51.6710  40.60  978072.04  0
232  283093.40050  116.      5.      51.6719  40.60  978072.04  0
232  283093.60050  116.      5.      51.6699  40.61  978072.04  0
232  283093.80050  116.      5.      51.6696  40.62  978072.04  0
232  283094.00050  116.      5.      51.6673  40.62  978072.04  0
232  283094.20050  116.      5.      51.6636  40.63  978072.04  0
```

D. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2.1: Schwerebeschleunigung g als Resultierende von Gravitationsbeschleunigung a und Zentrifugalbeschleunigung z	3
Abbildung 2.2: Schematischer Aufbau eines LaCoste-Romberg-Federgravimeters	7
Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des Verlusts niedriger Wellenlängen des Schwerfeldes bei gravimetrischen Messungen mit zunehmendem Abstand vom Geoid.....	8
Abbildung 2.4: Schematische Darstellung der GRACE-Tandemsatelliten über der Erde als Geoid.....	9
Abbildung 2.5: Die spezifische Kraft als Resultierende von kinematischer Beschleunigung und Schwerebeschleunigung sowie Positionierung mittels GNSS	10
Abbildung 3.1: Koordinatenachsen des körperfesten (b), Navigations- (n), inertialen (i) und erdfesten Systems (e)	12
Abbildung 3.2: Ellipsoidische Koordinaten λ, ϕ, h eines Punktes P	14
Abbildung 3.3: Berechnung des 1. Differenzenquotienten.....	20
Abbildung 3.4: Berechnung des zentralen Differenzenquotienten	20
Abbildung 3.5: Stellen und Funktionswerte zur Bestimmung der 1. Ableitung mittels kubischem Interpolationspolynom	20
Abbildung 3.6: Schematischer Amplitudengang eines Tiefpassfilters.....	21
Abbildung 3.7: Beispiel für Amplituden-, Phasengang und Impulsantwort eines IIR-Filters 2. Ordnung	23
Abbildung 3.8: Beispiel eines Pol-Nullstellen-Diagramms für ein IIR-Filter 2. Ordnung.....	23
Abbildung 3.9: Stempel-Matrizen-Schema zum Entwurf eines Tiefpassfilters	23
Abbildung 3.10: Fenstermethode des FIR-Filterentwurfs.....	25
Abbildung 3.11: Amplitudengänge von mit Fenster- und Optimalmethode entworfenen FIR-Filtern ...	27
Abbildung 3.12: Bilineare Transformation vom Laplace- in den z-Bereich.....	28
Abbildung 3.13: Beispielhafte Amplitudengänge der Approximationsarten des IIR-Filterentwurfs	29
Abbildung 4.1: Größenvergleich von Strapdown-IMU iMAR RQH-1003 (A) und LaCoste & Romberg Typ-S-Gravimeter mit horizontal stabilisierter Plattform (B)	31
Abbildung 4.2: Ablaufdiagramm der Indirekten Methode im Erweiterten Kalman-Filter	35
Abbildung 4.3: Ablaufdiagramm der Direkten Methode mit den jeweiligen Ausgangsgrößen.....	37
Abbildung 6.1: Grafische Benutzeroberfläche von Waypoint Inertial Explorer mit integrierter Lösung für Flug 241 von Malaysia 2014.....	48
Abbildung 6.2: Menü des Inertial Explorers zur lose gekoppelten GNSS-/IMU-Integration.....	50
Abbildung 6.3: Definition der Orientierungswinkel beim körperfesten FRD-System	51
Abbildung 6.4: PPP-Trajektorie von Flug 241	52
Abbildung 6.5: Mittels GNSS-/IMU-Integration erhaltene Eulerwinkel der Orientierung von Flug 241	52
Abbildung 6.6: GNSS-Positionsdaten und deren numerisch mit dem 1. Differenzenquotienten bestimmte erste Ableitung und zweite Ableitung	54

Abbildung 6.7: IMU-Rohbeschleunigungen nach vorne für einen Ausschnitt von 0,5 s Dauer des Fluges 241 im Bereich einer Fluglinie	56
Abbildung 6.8: Geglättete IMU-Beschleunigungskomponenten im Navigationskoordinatensystem von Flug 241	57
Abbildung 6.9: Erhaltene vertikale Schwerestörung für Flug 241, ungefiltert	60
Abbildung 6.10: Methoden zum Tiefpassfilterdesign der MATLAB-Funktion „designfilt“ mit jeweils benötigten Eingabeparametern	61
Abbildung 6.11: Erhaltene Komponenten der Schwerestörung für Flug 241, gefiltert	63
Abbildung 6.12: Skalare Schwerestörung von Flug 241 mit Bias und Trend	65
Abbildung 6.13: Skalare Schwerestörung von Flug 241, Bias und linearer Trend eliminiert	65
Abbildung 6.14: Temperaturabhängige Kalibrierungsfunktion des z-Akzelerometers der IMU iMAR RQH-1003	67
Abbildung 6.15: Sensortemperatur und zugehöriger Fehler des z-Akzelerometers für Flug 241	68
Abbildung 6.16: Sensortemperatur und zugehöriger Fehler des z-Akzelerometers für Flug 235	68
Abbildung 6.17: Programmablaufplan zur Identifikation der Fluglinien	70
Abbildung 6.18: Programmablaufplan zur Identifikation der Kreuzungspunkte	73
Abbildung 6.19: Beispielhafte Fluglinien mit ihren MUR	74
Abbildung 6.20: Beispiel für die Minimalkonstellation zur Kreuzungspunktjustierung	75
Abbildung 6.21: Programmablaufplan zur Kreuzungspunktjustierung	75
Abbildung 7.1: GUI des MATLAB-Programms zur Auswertung der Direkten Methode	78
Abbildung 8.1: Verwendete IMU: iMAR RQH-1003	85
Abbildung 8.2: Eine Beechcraft King Air 350	86
Abbildung 8.3: Von der Flugkampagne Malaysia 2014 abgedeckter Bereich	86
Abbildung 8.4: Eine Cessna 208 Caravan	87
Abbildung 8.5: Von der Flugkampagne Mosambik/Malawi 2015 abgedeckter Bereich	87
Abbildung 9.1: Test verschiedener Filterlängen beim Filter der Schwerestörung (Malaysia 2014)	89
Abbildung 9.2: Amplitudengang des Tiefpassfilters für δg	90
Abbildung 9.3: Phasengang des Tiefpassfilters für δg	90
Abbildung 9.4: Impulsantwort des Tiefpassfilters für δg	90
Abbildung 9.5: Pol-Nullstellen-Plot des Tiefpassfilters für δg	90
Abbildung 9.6: Amplitudengang des IMU-Tiefpassfilters	92
Abbildung 9.7: Phasengang des IMU-Tiefpassfilters	92
Abbildung 9.8: Impulsantwort des IMU-Tiefpassfilters	92
Abbildung 9.9: Pol-Nullstellen-Plot des IMU-Tiefpassfilters	92
Abbildung 9.10: Test verschiedener Korrekturfaktoren c zur empirischen azimutabhängigen Korrektur (Malaysia 2014)	96

Abbildung 9.11: Vertikale Schwerestörung am Ende von Flug 241	98
Abbildung 9.12: Trajektorie von Flug 233	99
Abbildung 9.13: Test verschiedener Filterlängen beim Filter der Schwerestörung (Mosambik/Malawi 2015)	100
Abbildung 9.14: Test verschiedener Korrekturfaktoren c zur empirischen azimutabhängigen Korrektur (Malaysia 2014)	101
Abbildung 9.15: Vertikale Schwerestörungen entlang der Trajektorien von Malaysia 2014	102
Abbildung 9.16: Differenzen zwischen Ergebnissen der Direkten und Indirekten Methode bezüglich vertikaler Schwerestörung, GNSS-Position und Orientierung für die Fluglinien von Flug 241 (Malaysia 2014)	103
Abbildung 9.17: RMS der Differenzen zwischen Ergebnissen der Direkten und Indirekten Methode bezüglich vertikaler Schwerestörung, GNSS-Position und Orientierung für die Fluglinien aller Flüge von Malaysia 2014	104
Abbildung 9.18: Bias und Driftraten der Flüge von Malaysia 2014	105
Abbildung 9.19: Nicht-justierte Kreuzungspunkte mit farblich codierten Residuen [mGal] von Malaysia 2014	105
Abbildung 9.20: Residuen der nicht-justierten Kreuzungspunkte von Malaysia 2014, sortiert nach Flügen und (Flug-)Linien, mit mittleren Residuen einer Linie	106
Abbildung 9.21: Residuen der justierten Kreuzungspunkte von Malaysia 2014, sortiert nach Flügen und (Flug-)Linien, mit mittleren Residuen einer Linie mit geschätzte Bias der Fluglinien mit zugehörigen Standardabweichungen	107
Abbildung 9.22: Histogramm der Residuen der Kreuzungspunkte von Malaysia 2014 vor der Justierung	107
Abbildung 9.23: Histogramm der Residuen der Kreuzungspunkte von Malaysia 2014 nach der Justierung	107
Abbildung 9.24: Vertikale Schwerestörungen entlang der Trajektorien von Mosambik/Malawi 2015	108
Abbildung 9.25: Bias und Driftraten der Flüge von Mosambik/Malawi 2015	109
Abbildung 9.26: RMS der Differenzen zwischen Ergebnissen der Direkten und Indirekten Methode bezüglich vertikaler Schwerestörung für die Fluglinien aller Flüge von Mosambik/Malawi 2015	110
Abbildung 9.27: Kreuzungspunkte mit farblich codierten Residuen von Mosambik/Malawi 2015	110
Abbildung 9.28: Residuen der Kreuzungspunkte von Mosambik/Malawi 2015, sortiert nach Flügen und (Flug-)Linien, mit mittleren Residuen einer Linie	111
Abbildung 9.29: Histogramm der Residuen der Kreuzungspunkte von Mosambik/Malawi 2015	111

E. Tabellenverzeichnis

Tabelle 3.1: Eigenschaften der Approximationsarten für IIR-Filter	29
Tabelle 4.1: Beispielhafter Vergleich der Eigenschaften einer IMU und eines Gravimeters zur Verwendung in der Fluggravimetrie	34
Tabelle 9.1: RMSE bei verschiedenen Methoden zur IMU-Filterung	91
Tabelle 9.2: RMSE mit und ohne Hebelarmkorrektur.....	93
Tabelle 9.3: RMSE bei verschiedenen Verfahren der numerischen Differenziation	94
Tabelle 9.4: RMSE bei verschiedenen Quellen für die Orientierung	94
Tabelle 9.5: RMSE bei verschiedenen Verfahren zur IMU-Vorprozessierung.....	95
Tabelle 9.6: RMSE mit und ohne temperatur- bzw. azimuthabhängige Korrektur	96
Tabelle 9.7: RMSE bei verschiedenen Methoden der Biasbestimmung	97
Tabelle 9.8: RMSE der optimalen Ergebnisse für Malaysia 2014	102
Tabelle 9.9: RMSE der optimalen Ergebnisse für Mosambik/Malawi 2015.....	108

F. Erklärung zur Abschlussarbeit gemäß § 23 Abs. 7 APB der TU Darmstadt

Hiermit versichere ich, Felix Johann, die vorliegende Abschlussarbeit ohne Hilfe Dritter und nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die Quellen entnommen wurden, sind also solche kenntlich gemacht worden. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Mir ist bekannt, dass im Falle eines Plagiats (§ 38 Abs. 2 APB) ein Täuschungsversuch vorliegt, der dazu führt, dass die Arbeit mit 5,0 bewertet und damit ein Prüfungsversuch verbraucht wird. Abschlussarbeiten dürfen nur einmal wiederholt werden.

Bei der abgegebenen Thesis stimmen die schriftliche und die zur Archivierung eingereichte elektronische Fassung überein.



Darmstadt, den 12. April 2018, (Felix Johann)